Série VIII. — Tome V. N° 10. Octobre 1944.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

LUMINOSITÉ ET NETTETÉ DES IMAGES OPTIQUES (1)

Par M. P. FLEURY.

Conservatoire National des Arts et Métiers et Institut d'Optique, Paris.

Sommaire. — Examen d'ensemble des rectifications qu'imposent les résultats de divers travaux récents aux notions classiques concernant la clarté, le pouvoir séparateur et les aberrations tolérables dans les instruments visuels.

I. **Intérêt d'une révision de certaines notions fondamentales.** — Avec la couleur (que nous laisserons de côté pour ne pas surcharger cet exposé), la luminosité et la netteté sont les qualités primordiales des images visuelles ou instrumentales : d'où l'importance d'une détermination convenable de la clarté, du pouvoir séparateur, et des conditions de correction optimum des systèmes optiques.

Dans le cas des instruments associés à l'œil, les raisonnements classiques s'appuient sur des propositions telles que les suivantes :

1° La luminosité des images rétiniennes est proportionnelle à la surface de pupille traversée par le faisceau qui les forme.

2° Sauf aux très faibles brillances (ou lorsqu'il y a éblouissement) la limite de séparation angulaire de l'œil est de l'ordre de 1 minute.

3° Pour que deux taches de diffraction, images de deux sources ponctuelles d'intensités comparables, puissent être distinguées l'une de l'autre, il faut que la distance de leurs centres soit au moins égale au rayon de chacune d'elles.

4° Enfin, l'influence des aberrations sur la netteté devient négligeable par rapport à celle de la diffraction dès que l'écart entre la surface d'onde réelle et la sphère osculatrice est partout inférieur à $\frac{\lambda}{4}$.

Cette dernière affirmation résulte d'un raisonnement approche de lord Rayleigh, les deux précédentes sont admises comme résultats d'expérience, la première paraît évidente.... Or, toutes sont en désaccord avec les résultats de certaines recherches modernes.

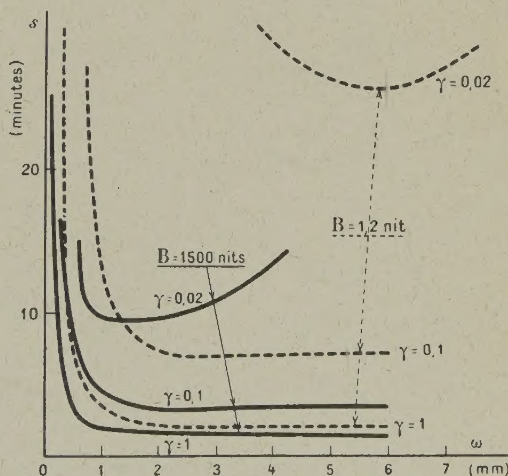


Fig. 1. — Limite de séparation oculaire s en fonction du diamètre pupillaire ω, pour les mires de Foucault (contraste γ, brillance des parties claires B). (D'après Arnulf.)

Nous reviendrons sur les très beaux travaux de M. Arnulf [1,2], et sur d'autres, inspirés par eux, et poursuivis, comme eux, à l'Institut d'Optique; dès maintenant, l'examen des courbes des figures 1

(1) Un résumé de cet exposé a été présenté le 18 février 1944 à la Société Française de Physique.

et 2 (²) montre qu'il est impossible de caractériser par un seul nombre le pouvoir séparateur de l'œil.

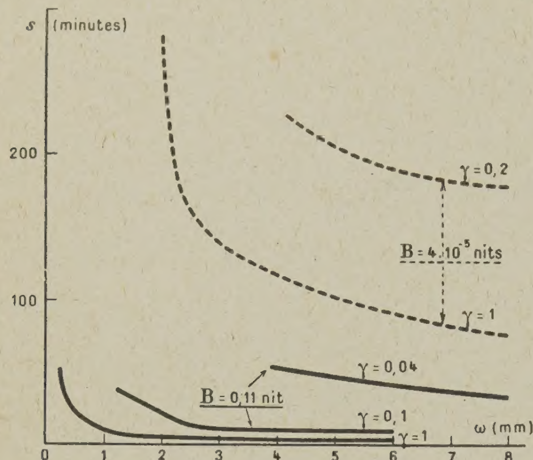


Fig. 2. — Limite de séparation oculaire s en fonction du diamètre pupillaire ω, pour les mires de Foucault (contraste γ, brillance des parties claires B). (D'après Arnulf.)

D'autre part, Stiles et Crawford ont montré, en 1933, et divers physiciens ont confirmé [3 à 8] que l'efficacité lumineuse d'un pinceau de rayons

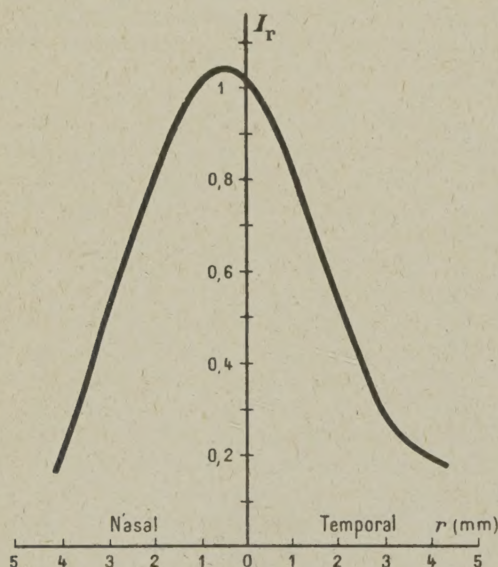


Fig. 3. — Exemple de variation de l'intensité apparente I_r d'une source de lumière, observée à travers un diaphragme étroit placé contre l'œil, en fonction de la distance horizontale r du centre de la pupille au centre du diaphragme. (D'après Stiles et Crawford.)

qui pénètre à travers une étroite portion de la pupille varie avec sa distance r au centre de celle-ci.

(²) Les définitions utiles seront précisées plus loin.

Cette variation, qui dépend de l'observateur, de la brillance des plages observées et même de leur couleur, est, dans les cas usuels, considérable (*fig.* 3); on doit en tenir compte si l'on cherche à exprimer correctement la clarté.

Il semble par suite utile de réviser les notions traditionnelles, pour rectifier dans la mesure du besoin les conséquences qu'on en a déduites jusqu'ici; nous allons tenter de présenter une vue générale sur ce sujet, dont les divers aspects feront bientôt de la part de ceux qui les étudient actuellement l'objet d'exposés plus détaillés.

II. **Clarté, contrastes.** — Considérons d'abord le cas (le plus simple possible) où l'on observe une plage unique, de brillance uniforme B (³). Le diamètre ω auquel se fixe, après adaptation, la pupille d'entrée de l'œil, est une fonction de B, très variable selon les observateurs, pour laquelle on peut admettre provisoirement les valeurs moyennes représentées par la figure 4 (⁴); mais lorsqu'on observe à travers un instrument, l'ouverture de pupille réellement utilisée est souvent réduite.

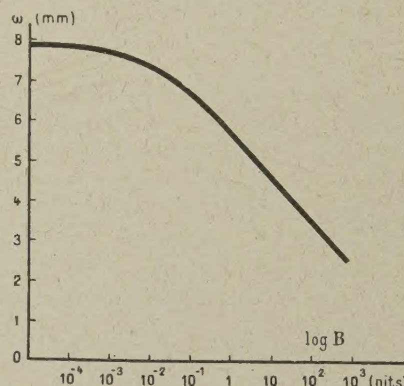


Fig. 4. — Diamètre ω de la pupille d'entrée de l'œil moyen en fonction de la brillance B de la plage observée (abscisses logarithmiques). (D'après Reeves.)

Avant la découverte de l'effet Stiles-Crawford, on considérait l'éclairement de l'image rétinienne comme proportionnel à B et à ω^2 : nous sommes conduits désormais à faire intervenir un *éclairement*

(³) Rappelons que la *brillance B* d'un petit élément de surface a pour mesure le quotient de son intensité lumineuse par la projection de son aire sur un plan normal à la direction d'utilisation. On peut évaluer les brillances en bougies par cm², appelées *stilbs*, ou encore en bougies par m², appelées *nits*. Nous utiliserons cette dernière unité (1 nit = 10^{-4} sb) qui convient bien pour l'étude des corps non lumineux par eux-mêmes; une surface parfaitement diffusante et non absorbante a une brillance de 1 nit lorsqu'elle reçoit un éclairement de π lux. Le mécanisme de la vision crépusculaire ou nocturne intervient dans le cas des brillances inférieures à quelques centièmes de nit.

(⁴) Un seul des deux yeux est supposé ouvert : ω serait un peu plus grand dans la vision binoculaire.

rétinien « efficace » de la forme $e = k B \omega^2 \chi$, k étant une constante, pour un œil donné, et χ un facteur, fonction de ω et de B, qu'on peut calculer à partir de données telles que celles représentées sur la figure 3, ou mieux mesurer directement. Aux brillances usuelles, nous admettrons pour χ les valeurs indiquées ci-contre (*fig.* 5), en attendant les résultats d'une étude portant sur un grand nombre d'observateurs, et sur des valeurs échelonnées de B. (On sait dès maintenant qu'en vision nocturne χ diffère peu de l'unité, l'effet Stiles Crawford étant alors très atténué).

Pour comparer correctement diverses observations visuelles, il est nécessaire de connaître les valeurs correspondantes des produits $B\omega^2 \chi$ [5]. Si, en particulier, on observe une image fournie par un instrument, sa brillance B' est, dans le cas des rayons paraxiaux, égale, d'après un raisonnement connu, à celle B de l'objet, multipliée par le rapport $\frac{n'^2}{n^2}$ des carrés des indices des milieux image et objet et par le *facteur de transmission photométrique* τ de l'instrument. Posons donc $B' = KB$.

Soit ω' le diamètre de la pupille d'entrée de l'œil, telle qu'elle est ouverte derrière l'instrument; ω' dépend de B' comme ω dépend de B. Supposons que la pupille de sortie de l'instrument ait un diamètre o', que l'œil soit dans son plan [6] et centré sur elle, et appelons ω_1 la plus petite des deux longueurs o' et ω' : l'éclairement rétinien efficace, dans la vision instrumentale, est $e' = k B \omega_1^2 \chi_1$, χ_1 étant la valeur du facteur de Stiles et Crawford relative au diamètre de pupille ω_1 et à la brillance B'.

La *clarté* C_1 de l'instrument, dans les conditions d'emploi considérées, est par convention mesurée par le rapport $\frac{e'}{e}$. Sa valeur est donc, non pas $K\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)^2$, comme on l'admettait naguère, mais $C_1 = K\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)^2 \frac{\chi_1}{\chi}$. Elle peut varier avec B, et si ω_1 est sensiblement plus petit que ω, le facteur correctif $\frac{\chi_1}{\chi}$ se trouve (aux brillances non crépusculaires) très supérieur à l'unité.

L'instrument reste bien caractérisé, au point de vue de sa luminosité, par les valeurs de K et o', mais il est nécessaire de tenir compte des variations de ω, ω_1, χ et χ_1, avec B et B'. Une discussion détaillée a été préparée par M. Arnulf, et sera bientôt publiée. Bornons-nous ici à remarquer que la recherche d'une grande clarté importe surtout lorsque la brillance de l'image risque de devenir assez faible pour que la vision des détails s'en trouve notalement réduite (*voir* § III). Les « lunettes de nuit » méritent à ce point de vue une étude toute spéciale.

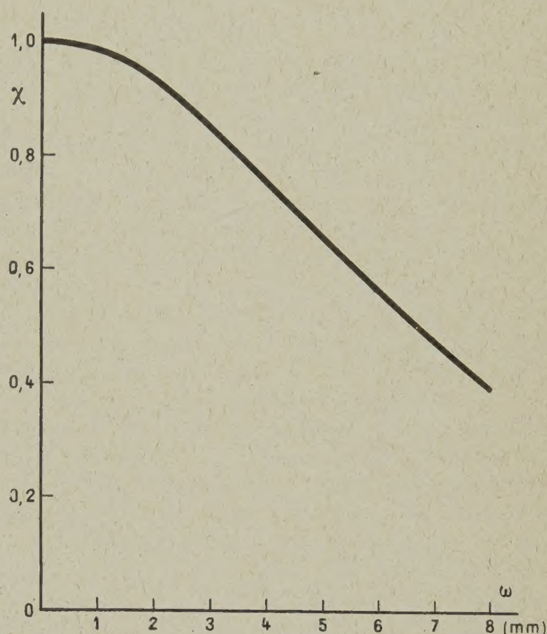


Fig. 5. — Valeurs relatives χ de l'éclairement rétinien efficace, en fonction du diamètre pupillaire ω. (Calculées par Arnulf d'après des données de Crawford.)

On sera souvent conduit à éviter de rendre le disque oculaire très petit, donc à limiter le grossissement. On cherchera aussi, bien entendu, à augmenter le facteur de transmission τ, ce que permet, dans une mesure parfois importante, la technique récente des « traitements de surface » [9, 10]. En réduisant l'influence des réflexions, ces traitements ont en outre l'avantage de contribuer à diminuer la *lumière parasite :* on appelle ainsi la lumière diffusée ou réfléchie plusieurs fois qui parvient sur un point image sans provenir du point objet correspondant; elle est non seulement inutile, mais comme nous le verrons, parfois très nuisible [7].

Lorsque les faisceaux utiles sont largement ouverts, ou que les points observés sont assez écartés de l'axe, les pertes par réflexion ou absorption sont augmentées, d'où une diminution de τ (souvent négligeable, il est vrai). Mais en outre, pour tenir compte de l'obliquité des rayons issus de la source ou arrivant sur l'image, ainsi que d'une réduction

(5) Troland avait proposé de donner à l'unité d'éclairement rétinien correspondant à une surface de pupille de 1 mm² et à une brillance observée de 1 nit le nom de « photon ». Mais on sait que ce vocable a reçu une autre affectation.

(6) Nous laissons de côté le cas des instruments à disque oculaire virtuel.

(7) L'Institut d'Optique a mis au point un appareillage permettant de déterminer la proportion de lumière parasite aux divers points du champ d'un instrument (visuel ou photographique). On doit, naturellement, déduire le terme qui lui correspond des résultats bruts des mesures destinées à caractériser la clarté.

de la surface utile des diaphragmes (effet « d'œil de chat »), on peut être amené à modifier d'une façon appréciable, et variable selon la distance des points observés à l'axe, le « facteur de transmission global » K qui intervient dans l'expression de la clarté (8).

Que devient celle-ci, quand on observe un point brillant, sur fond beaucoup plus sombre ? On a coutume de considérer comme définissant la *clarté dans le cas de l'observation des étoiles* le rapport des flux φ' et φ reçus par l'œil soit en vision instrumentale, soit en vision directe. Appelons-le C_2; on démontre, pour une lunette afocale de grossissement G, la relation $C_2 = G^2 C_1$. Ce résultat semble, à première vue, pouvoir être conservé, malgré l'existence de l'effet Stiles-Crawford, à condition d'introduire dans les raisonnements des flux lumineux « efficaces » (au sens admis ci-dessus pour les éclairements rétiniens efficaces) (9). Mais l'hypothèse d'après laquelle ces flux se concentreraient l'un et l'autre sur une même cellule nerveuse, ou sur une tache image de mêmes dimensions, n'est certainement pas valable quand l'ouverture utile de pupille varie beaucoup (10). La question serait donc à réétudier.

Examinons en passant le cas des instruments formant une image réelle sur un cliché ou un écran de projection (on ne doit pas oublier de compter parmi eux les lunettes, télescopes et même microscopes dans leurs utilisations photographiques). Suivant que l'objet considéré est une plage non très petite, de brillance B_1, ou une étoile d' « éclat apparent » E_0 (11), on sera amené à considérer des facteurs de clarté $C_3 = \alpha \frac{E'}{B_1}$ ou $C_4 = \beta \frac{\Phi'}{E_0}$, E' étant l'éclairement de l'image étendue, Φ' le flux reçu par l'image « ponctuelle », α et β deux coefficients conventionnels. On pourrait chercher à choisir ces derniers de telle façon que C_3 et C_4 soient, comme C_1 et C_2, deux « nombres purs » dont le rapport renseigne sur la visibilité des images stellaires par rapport au fond sur lequel elles se forment....

(8) On peut poser $K = \frac{n'^2}{n^2}\tau\psi$ et évaluer ψ d'après des considérations purement géométriques. (Voir, à titre d'exemple un travail récent de *Boutry*, *Maréchal* et *Terrien* [11]).

(9) Les flux efficaces étant égaux aux produits des éclairements efficaces par les surfaces des images rétiniennes correspondantes, on a : $\frac{\varphi'}{\varphi} = G^2 \frac{e'}{e}$. Cette formule, acceptable dans le cas d'objets étendus, le resterait quand leur diamètre apparent tendrait vers zéro.

(10) Les valeurs de ω (et éventuellement ω_1) et par suite celles de χ (et χ_1) qu'on doit introduire dans l'expression de C_2 sont ici conditionnées par la brillance du champ général observé, l'influence des étoiles qui s'y projettent étant à ce point de vue négligeable.

(11) On appelle ainsi « l'éclairement produit par la source sur un élément plan occupant la place de la rétine et normal aux rayons » (Commission Internationale de l'Éclairage, Scheveningue, 1939).

Bornons-nous à rappeler qu'*en première approximation*, dans le cas d'un objectif mince, C_3 serait proportionnel au carré de son ouverture relative, et C_4 au carré de son diamètre d'ouverture.

Parlons maintenant des *contrastes*; si l'on avait toujours affaire à la plage unique de brillance uniforme considérée au début de ce paragraphe, ce ne serait guère intéressant : dans un paysage (couleur mise à part), ce sont les variations de brillance aux divers points qui rendent perceptibles les formes et les détails. Continuant à schématiser, supposons *deux* plages, de brillances B et $B - \Delta B$ juxtaposées suivant une ligne parfaitement nette. Leur contraste est, par définition : $\gamma = \frac{\Delta B}{B}$; il peut varier de 0 à 1, cette dernière valeur correspondant au cas d'une plage brillante sur fond noir.

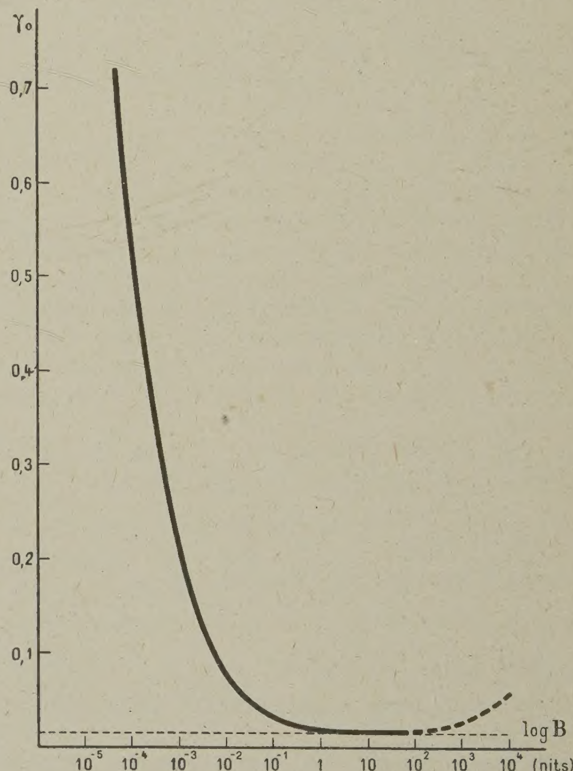


Fig. 6. — Contraste minimum perceptible γ_0, en fonction de la brillance B (abscisses logarithmiques), pour l'œil moyen. (D'après Kœnig, Brodhun, Nutting, Blanchard. Résultats groupés par Abribat.)

Le contraste *minimum* γ_0 permettant de discerner deux plages voisines (12) dépend un peu de l'observateur; sa valeur moyenne, dans de bonnes condi-

(12) γ_0 caractérise le « seuil de perception différentiel », tandis que le « seuil absolu » correspond à la plus faible brillance perceptible sur un fond noir.

tions, est de l'ordre de 0,02, mais elle augmente aux faibles brillances (*fig.* 6), ainsi qu'aux faibles ouvertures de pupille: on peut, nous semble-t-il, admettre, au moins en première approximation, qu'elle n'est fonction (pour une couleur donnée) que de l' « éclairement rétinien efficace », c'est-à-dire du produit $B\omega^2\chi$.

La connaissance de γ_0 permet dans une certaine mesure, de prévoir ou d'expliquer les conditions de visibilité d'objets plus compliqués. Mais à mesure que les régions à distinguer sont plus nombreuses, et surtout plus petites, le manque de netteté de leurs lignes de séparation, le dégradé dû à la diffraction, ainsi qu'aux aberrations des systèmes optiques (et en particulier de l'œil), enfin éventuellement le manque d'uniformité du récepteur (éléments rétiniens, grain des émulsions photographiques, etc.) rendent plus difficile la perception des formes. Ces considérations sont essentielles quand on s'intéresse, comme nous allons le faire maintenant, au « pouvoir séparateur ».

III. **Limites de séparation visuelles et instrumentales.** — Nos connaissances sur ce sujet ont été renouvelées par les travaux de M. Arnulf; ses résultats, déduits d'un ensemble de plus de 6000 mesures, avec des justifications théoriques, n'ont peut-être pas eu, à cause des événements, toute la diffusion qu'ils méritent. Rappelons-en donc l'essentiel.

Les recherches ont porté sur l'observation, à travers des pupilles diverses, de *mires de Foucault* formées de bandes parallèles et de même largeur alternativement claires (brillance *B* réglable dans de larges limites) et foncées (brillance *b*, le contraste $\gamma = \frac{B-b}{B}$ pouvant prendre une série de valeurs échelonnées entre 1 et 0,02). Ces « objets » schématiques se prêtent, mieux que beaucoup d'autres, à des mesures assez précises et à des interprétations simples.

La « limite de séparation » ([13]) angulaire, représentée par *s* pour la vision à l'œil nu, par *S* dans le cas de la vision à travers une lunette, a pour mesure par convention le diamètre apparent du pas d'une mire (écart entre les axes de deux bandes claires voisines) dont les bandes sont tout justes distinguées les unes des autres. Il lui correspond, dans l'observation au microscope, une limite de séparation linéaire *T*.

Arnulf considère les produits $\sigma = s\omega$ et $\Sigma = S.o$ (pour une lunette dont la pupille d'entrée à un diamètre *o*) ou encore $\Sigma = T\,2\,n \sin u$ (pour un microscope d'ouverture numérique $n \sin u$). Il les appelle respectivement *limites « spécifiques » de séparation* visuelle (σ) et instrumentale (Σ); *s* et *S* y sont exprimés par exemple en minutes d'arc, ω et *o* en millimètres ([14]).

L'intérêt de ces limites spécifiques apparaît lorsqu'on étudie des systèmes optiques où l'influence des aberrations et de la lumière parasite est pratiquement négligeable; la diffraction, qui est inévitable, intervenant seule pour y dégrader les images, de tels systèmes peuvent être dits « parfaits ».

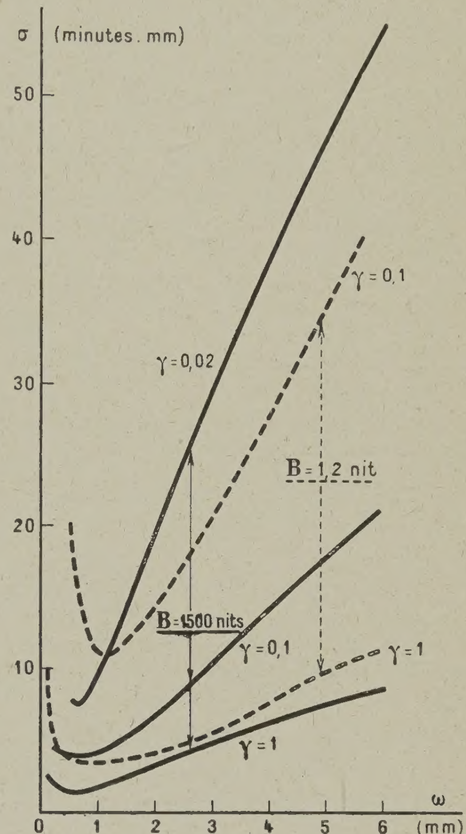


Fig. 7. — Exemple de variation de la limite spécifique de séparation oculaire σ en fonction du diamètre pupillaire ω, pour des mires de Foucault. (Contraste γ, brillance des parties claires B.) (D'après Arnulf *Cf. fig.* 1.)

Si l'œil était parfait, lors de l'observation de mires à contraste déterminé et à brillance suffisante, σ devrait être indépendant de l'ouverture pupillaire ([15]); pour $\gamma = 1$, en particulier, on devrait

([13]) Cette expression est préférable à celle de « pouvoir séparateur » comme prêtant moins à confusion.

([14]) Si, dans le cas du microscope, *T* étant évalué en millimètres, on veut encore mesurer Σ en minutes, il faut multiplier $2\,n\,T \sin u$ par le nombre de minutes contenues dans un radian, soit sensiblement $\frac{1}{3}\,10^4$.

([15]) Admettons, en effet, que la limite de séparation angulaire est le plus petit angle sous lequel il faut voir le pas de la mire pour que l'image rétinienne de celle-ci présente le contraste minimum perceptible $\gamma_0 = 0,02$ indiqué plus haut. Les dimensions des « taches de diffraction » variant comme $\frac{1}{\omega}$, il faut maintenir constant $s.\omega$ pour conserver la même netteté. Pour plus de détails, voir [1], p. 46 à 59.

avoir, d'après les calculs d'Arnulf, $\sigma \simeq 2$ minutes.mm. L'expérience (*voir* les figures 7 et 8 qui traduisent les mêmes résultats que les figures 1 et 2) montre

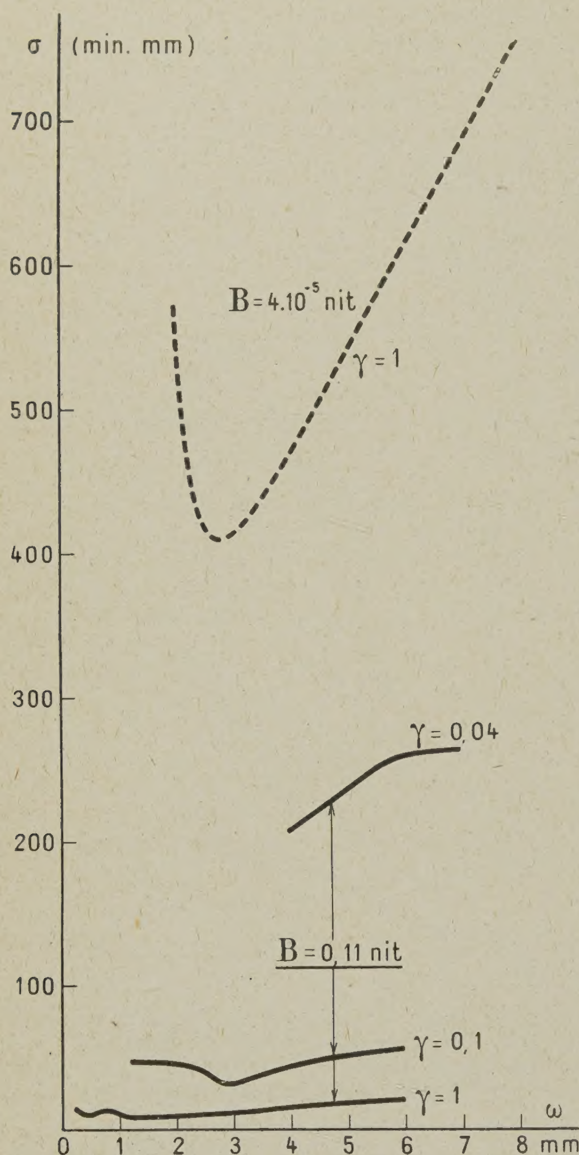


Fig. 8. — Exemple de variation de la limite spécifique de séparation oculaire σ en fonction du diamètre pupillaire ω, pour des mires de Foucault. (Contraste γ, brillance des parties claires B.) (D'après Arnulf. *Cf. fig.* 2.)

que cette valeur n'est obtenue qu'à titre de minimum, lorsque le diamètre pupillaire est de l'ordre de 0,6 à 0,7 mm; quand l'œil est plus ouvert, les dimensions des éléments nerveux, et aussi les aberrations, contribuent à augmenter σ; quand il l'est moins, l'éclairement *e* des images rétiniennes étant réduit, le contraste minimum perceptible est accru, d'où encore diminution de l'acuité visuelle....

La limite de séparation minimum (à grand contraste) croît quand la brillance devient inférieure à 500 nits environ, l'effet n'étant très marqué qu'en dessous de quelques nits, comme l'indique la figure 9 [16]. D'autre part, l'influence du contraste

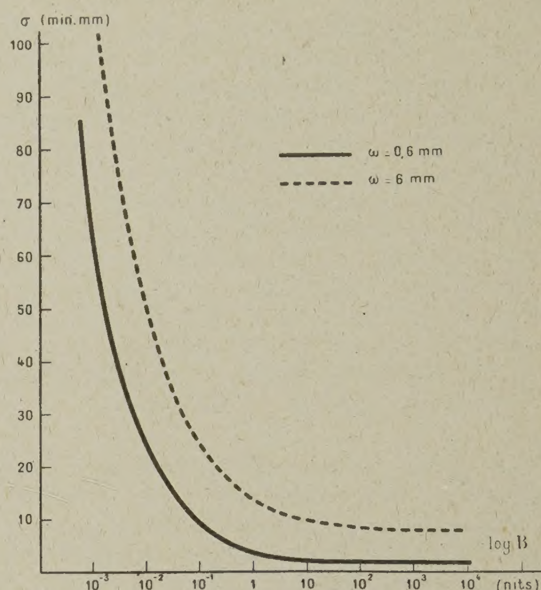


Fig. 9. — Limite spécifique de séparation oculaire σ en fonction de la brillance B de la plage observée, pour deux valeurs du diamètre pupillaire ω. (Abscisses logarithmiques, contraste $\gamma = 1$). (D'après Arnulf.)

de la mire sur sa visibilité n'est notable, si les brillances ne sont pas très petites, que lorsque γ devient lui-même faible (*fig.* 10). Ce dernier cas est toutefois particulièrement important, car en pratique les détails que nous cherchons à voir sont justement bien souvent peu contrastés.

Pour ce qui est de la *séparation spécifique instrumentale*, un calcul simple [17] montre que, si les aberrations sont bien corrigées (et la lumière parasite négligeable), on doit avoir $\Sigma = s'o'$, o' étant le diamètre du disque oculaire, et s' la limite de séparation angulaire de l'œil dans les conditions où il se trouve quand il observe l'image. Par suite, lorsque o' est inférieur au diamètre ω' de la pupille d'entrée de cet œil, ce qui est le cas le plus fréquent, la courbe $\Sigma = f(o')$ est identique à la courbe $\sigma = f(\omega)$ obtenue pour l'œil nu; mais si o' est supérieur à ω', s' devient constant, et par suite Σ est proportionnel à o'. L'expérience a, pour des instruments suffisamment bien corrigés, confirmé ces prévisions (*fig.* 11).

(16) La variation très lente de σ en fonction de *B*, aux brillances courantes, explique l'imprécision des mesures photométriques basées sur le critérium d' « égale acuité visuelle ».

(17) *Voir* [1], p. 59 à 64 et [2] p. 67 à 71.

Il en résulte que pour une lunette « parfaite », il n'y a pas lieu, comme on l'admettait antérieurement, d'attribuer à son objectif une limite de séparation S (radians) $= 1{,}22 \frac{\lambda}{o}$, soit sensiblement S (minutes) $= \frac{2}{o\,(\mathrm{mm})}$ indépendante de l'œil, ni de définir un « grossissemnt utile » *minimum* G_u par la condition $G_u = \frac{s}{S}$ avec $s = 1' = \frac{3}{10\,000}$ radian (d'où, pour $\lambda \simeq 0{,}6\ \mu$, $G_u \simeq \frac{o}{2}$ (mm).

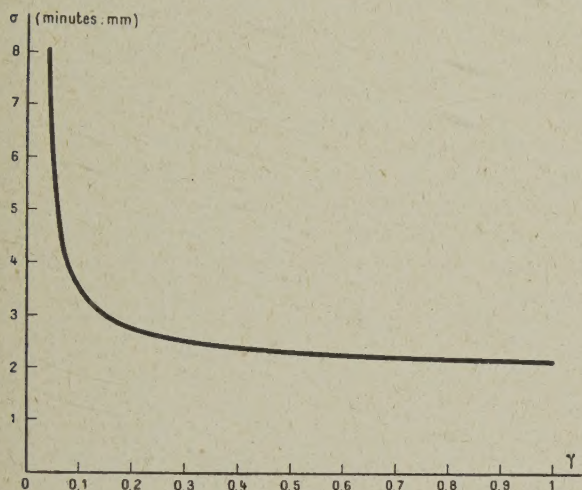


Fig. 10. — Exemple de variation de la limite spécifique de séparation oculaire σ avec le contraste γ. ($\omega = 0{,}6^{\mathrm{mm}}$. Grande brillance.) (D'après Arnulf.)

Que l'on veuille choisir l'oculaire permettant d'utiliser au mieux pour la vision des détails un objectif donné, ou bien l'objectif d'ouverture la plus petite permettant d'atteindre une limite de séparation déterminée, il sera toujours bon de se rapprocher, pour o', de la valeur correspondant au minimum de Σ. Si les objets observés ont des brillances et des contrastes élevés, la condition $o' = 0{,}7$ mm (environ) correspondra à la meilleure limite de séparation : S (minutes) $\simeq \frac{2}{o\,(\mathrm{mm})}$ C'est bien la valeur classique ([18]), mais on ne l'obtient que pour un grossissement *optimum* $G_0 = \frac{o}{0{,}7}$ (mm), soit environ 3 G_u, ce que la pratique a conduit en effet à adopter couramment. Le point important, bien mis en évidence par Arnulf, est qu'il est désavantageux de dépasser beaucoup ce grossissement.

Si d'ailleurs c'est $G = \frac{o}{o'}$ qui est imposé, on retiendra qu'il n'est pas utile d'augmenter o au-delà de la valeur $G.\omega'$ à partir de laquelle S reste constant.

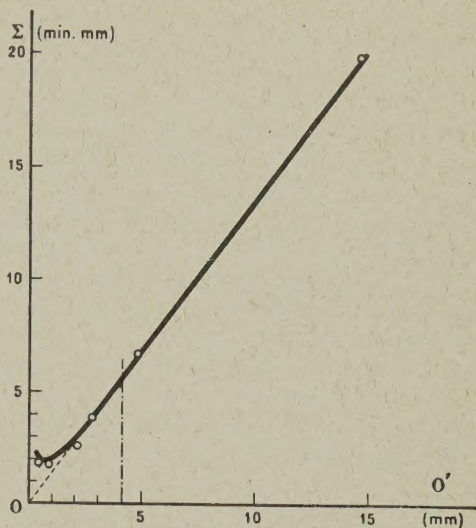


Fig. 11. — Limite spécifique de séparation Σ d'un instrument « parfait » en fonction dn diamètre o' du disque oculaire. (Diamètre de pupille de l'œil ω' limité à 4^{mm} par un diaphragme. Brillance 150 nits, contraste 1.) (D'après Arnulf.)

—— Valeurs calculées, d'après les résultats connus pour l'œil.

o Résultats observés.

Pour un microscope (associé à l'œil), on renoncera de même à considérer une limite de séparation « propre à l'objectif » $T \simeq \frac{\lambda}{2n \sin u}$ et une « puissance utile » (minimum) $P_u = \frac{s}{T}$, correspondant à $s = \frac{3}{10\,000}$ radian. [D'où, pour $\lambda = 0{,}6\ \mu$, P_u (dioptries) $\simeq 1000\, n \sin u$]. Si les brillances et contrastes sont assez élevés, la condition $o' = 0{,}7$ mm (environ) déterminera la meilleure limite de séparation $\left(2\, n\, T \sin u = \frac{3}{10\,000}\right)$, d'où T (mm) $= \frac{6.10^{-4}}{2n \sin u}$: même accord que ci-dessus avec la valeur « classique », mais seulement pour la puissance optimum $P_o = \frac{2n \sin u}{o'} = \frac{2n \sin u}{7.10^{-4}}$ (dioptries) $\simeq 3\, P_u$.

On n'oubliera pas, d'autre part, qu'aux faibles brillances (vision de nuit), et aussi aux faibles contrastes, il y a intérêt, tant pour les lunettes que pour les microscopes, à augmenter o' (et par suite o, ou bien à réduire G_o ou P_o), le minimum de Σ étant du reste alors très accru.

L'accord des conclusions qui précèdent avec les conditions adoptées empiriquement comme les meilleures est remarquable; l'emploi de tests autres que les mires de Foucault serait sans doute à essayer

([18]) Cette coïncidence n'est pas fortuite, la formule ancienne de Foucault-Dawes n'ayant été adoptée que parce que d'accord avec l'expérience, tout au moins dans certains cas.

systématiquement ([19]), mais le choix en est difficile, et il n'est pas certain que l'utilité de ce travail justifierait les longs efforts qu'il nécessiterait. En revanche, une étude des limites de séparation dans le cas des récepteurs autres que l'œil, spécialement des émulsions photographiques, apparaît indispensable; elle est d'ailleurs commencée.

Mais revenons aux instruments visuels; ils sont loin d'être tous « parfaits », au sens adopté ci-dessus. Voyons quels défauts restent tolérables.

IV. **L'influence des aberrations et de la lumière parasite.** — Tout d'abord, comment caractériser le degré de perfection d'un instrument ? Arnulf a proposé d'appeler *efficacité* le rapport E de sa limite spécifique de séparation à celle d'un instrument parfait travaillant dans les mêmes conditions; cette notion paraît devoir être féconde; elle permet notamment de comparer quantitativement des dispositifs très divers.

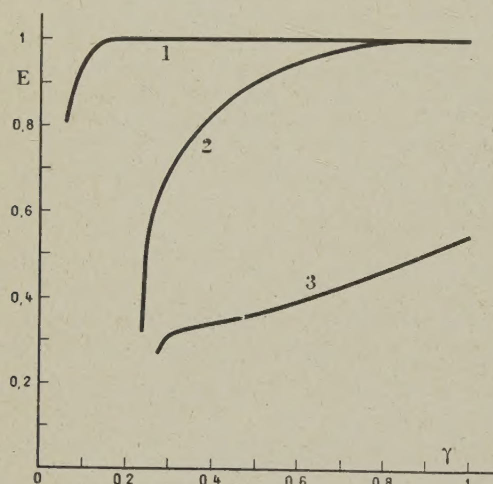


Fig. 12. — Efficacité E, en fonction du contraste γ, pour un même objectif de lunette utilisé soit normalement (courbe 1), soit retourné, en visant l'image marginale (courbe 2), ou l'image paraxiale (courbe 3). (D'après Arnulf.)

L'Institut d'Optique est dès maintenant équipé pour étudier à ce point de vue les systèmes optiques qui lui sont soumis. L'influence (importante en vision crépusculaire) de la clarté des instruments sur leur efficacité est en cours d'étude.

La figure 12 indique la variation de E en fonction du contraste, pour un bon objectif, employé soit normalement, soit retourné (ce qui introduit une aberration sphérique longitudinale d'environ 3 mm). L'efficacité est dans le second cas très réduite, mais seulement aux faibles contrastes quand on utilise l'image marginale. Les *aberrations* ont pour effet non seulement d'élargir les taches images, mais aussi de les entourer d'un halo qui provoque une réduction du contraste avec les taches voisines, la limite de séparation en est d'autant plus affectée que l'objet lui-même est moins contrasté. La *lumière parasite* a une action analogue, parfois très marquée; il y a donc gros intérêt à la réduire, notamment par les moyens rappelés au paragraphe II.

La courbe 3 de la figure 12 fait apparaître une influence de la mise au point, qui peut s'expliquer ainsi : l'image formée par les rayons paraxiaux correspond à une tache de diffraction plus grande que celle formée par les rayons marginaux, cette dernière, bien que d'aspect moins agréable, correspond donc à une meilleure efficacité.

La détermination *a priori* des *aberrations tolérables* et du *plan de mise au point optimum*, dans un système quelconque, demandera sans doute encore de longues recherches, bien que la question ait été abordée, il y a longtemps déjà, par des opticiens tels que Airy, Abbe, Conrady, etc.

Le problème fondamental de la répartition des éclairements dans la « tache image » d'un point lumineux (d'où l'on passe, par intégration, au cas d'un objet de forme quelconque) n'a été résolu jusqu'ici que très partiellement. M. Maréchal a mis en évidence récemment une relation simple entre l'éclairement au centre de la tache image et l'écart quadratique moyen entre la surface d'onde réelle et la surface d'onde théorique [13]. Sans résoudre entièrement le problème envisagé, cette méthode semble pouvoir, en facilitant beaucoup les calculs, permettre leur extension à de nombreux cas nouveaux. Un intégrateur mécanique, dont le principe est dû au même auteur, fournirait rapidement, à partir des surfaces d'onde, la solution numérique complète de chaque problème particulier : cet appareil est en construction.

De son côté, au cours d'une très belle étude théorique et expérimentale, qui est déjà fort avancée, M. Françon [14] a pu mettre en évidence et interpréter les déplacements du plan de mise au point optimum suivant la façon dont interviennent les aberrations. Il a montré comment la règle classique de lord Rayleigh, rappelée ci-dessus, et qui sert de base à de nombreux calculs pratiques, est trop sévère lorsque les faisceaux traversent une pupille largement ouverte, tandis que la tolérance doit être au contraire réduite quand, à faible ouverture pupillaire, le contraste des objets observés est assez faible.

Dans les domaines que j'ai passés en revue (et d'autres demanderaient une présentation analogue), les résultats déjà acquis en France, ou qui semblent devoir l'être bientôt, apporteront, il est permis de

([19]) De nombreuses mesures faites sur test non périodique (disque noir sur fond blanc) ont donné des résultats voisins de ceux obtenus à l'aide des mires de Foucault.

l'espérer, une contribution non négligeable au développement de l'optique instrumentale. Je n'ai cité que quelques noms, mais en terminant, je tiens à dire (cela ne diminue en rien des mérites individuels évidents) que beaucoup de ces recherches auraient été plus lentes, et peut-être impossibles, sans la collaboration cordiale et dévouée de toute l'équipe qu'a su animer M. Fabry.

Manuscrit reçu le 18 février 1944.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] A. Arnulf, La vision dans les instruments (Réunions de l'Institut d'Optique, 1936), *Revue d'Optique*, éditeur, p. 3 à 86. (Précédé d'une introduction de M. Fabry, et suivi d'observations de MM. Le Grand, Couder, de Gramont et Lapicque.)

[2] A. Arnulf, Limite de visibilité par le microscope, *Bull. Soc. Fr. Micr.*, 1939, **8**, p. 63 à 95.

[3] Stiles et Grawford, *Proc. Roy. Soc.*, 1933, **112** B, p. 428 et 1934, **116** B, p. 55.

[4] Dziobek, Der Stiles-Crawford Effekt und seine Bedeutung für die Photometrie, *Das Licht*, 1934, **4**, p. 150.

[5] Wright et Nelson, The relation between the apparent intensity of a beam of light and the angle at which the beam strikes the retina, *Proc. Phys. Soc*, 1936, **48**, p. 101.

[6] Stiles, The luminous efficieney of monochromatic rays entering the eye pupil at different points, and a new colour effect, *Proc. Roy. Soc*, 1937, **123** B, p. 90.

[7] Crawford, The luminous efficiency of the light entering the eye pupil at different points and its relation to brightness threshold measurements, *Proc. Roy. Soc.*, 1937, **124** B, p. 81.

[8] Stiles, The directional sensitivity of the retina and the spectral sensitivities of the rods and cones. *Proc. Roy. Soc.*, 1939, **127** B, p. 64.

[9] Ch. Fabry, Les méthodes pour diminuer les pertes de lumière par réflexion dans les instruments d'optique, *Cahiers de Physique*, 1943, n° **15**, p. 78.

[10] Jacquinot, L'abaissement du pouvoir réflecteur des surfaces optiques, *Revue d'Optique*, 1942, **21**, p. 15.

[11] Boutry, Maréchal et Terrien, Sur la clarté des instruments oculaires, *C. R. Acad. Sc.*, 1944, **218**, p. 150.

[12] Abribat, Le Grand, Lapicque et Piéron, Les contrastes de brillance dans la nature et dans ses représentations, (Réunions de l'Institut d'Optique, 1935), *Revue d'Optique*, éditeur.

[13] A. Maréchal, Sur l'application de la méthode des moindres carrés à l'étude du maximum central de la tache de diffraction dans le cas des instruments peu aberrants, *C. R. Acad. sc.*, 1944, **218**, p. 345.

[14] Françon, La mise au point visuelle dans un instrument entaché d'aberration sphérique, *Cahiers de Physique*, 1943, n° **16**, p. 82.

NOUVELLE MÉTHODE DE MESURE DES INDICES DE RÉFRACTION ET D'ABSORPTION ÉLECTRIQUES POUR LA GAMME DES ONDES DÉCIMÉTRIQUES ET MÉTRIQUES

Par Jean BENOIT.

Laboratoire d'Enseignement de Physique de la Sorbonne.

TROISIÈME PARTIE.

Chapitre V.

Nous allons maintenant décrire les lignes de mesure et leurs divers accessoires, que nous avons utilisés à une fréquence de 1 800 mégacycles ($\lambda = 16{,}66$ cm).

La construction d'une ligne à longueur variable nécessite forcément la présence de contacts glissants. Une première préoccupation sera donc de placer ces derniers là où ils peuvent être le moins nuisibles, c'est-à-dire en un nœud d'intensité. D'autre part, il faut se rappeler que la théorie a été faite sur une ligne homogène ayant une impédance caractéristique constante d'un bout à l'autre.

Dans un premier type de réalisation conforme au schéma de la figure 1, les tubes T_1 et t_1 ont une longueur égale à un multiple impair du quart d'onde. Afin que les deux tronçons de ligne $T_1 - t_1$ et $T_2 - t_2$ aient des impédances caractéristiques aussi voisines que possible, T_1 et t_1 doivent être très minces. Ne disposant pas, à l'époque où ce
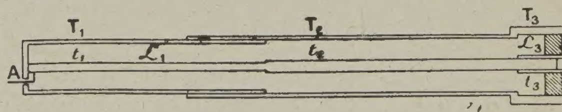


Fig. 31.

travail a été exécuté, de l'outillage nécessaire, nous avons réduit l'épaisseur de tubes de cuivre de 15×16 mm (T_1) et $4{,}5 \times 5$ mm (t_1), respectivement à 0,3 mm et 0,2 mm par attaque à l'acide azotique. Des mesures sur des diélectriques de constantes connues (quartz, ébonite, liquides non

dispersifs) n'ont pas révélé de perturbations dues au léger changement d'impédance caractéristique.

On peut également réaliser une ligne où l'impédance caractéristique est, cette fois, parfaitement constante quand la longueur varie, en utilisant le schéma de la figure 31. Il suffit, en effet, que les diamètres des conducteurs des trois tronçons de ligne $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$, $\mathcal{L}_3$ satisfassent les égalités

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{b_3}{a_3}$$

(b, diamètres intérieurs des gros tubes; a, diamètres extérieurs des petits tubes). On choisit encore naturellement un tube T_1 de longueur $(2K+1)\frac{\lambda}{4}$. Mais on ne peut plus localiser le contact $t_3 - t_2$ en un nœud d'intensité. Ce contact doit donc être particulièrement soigné (extrémité de t_3 fendue en lames formant ressorts).

Un tel dispositif a été contrôlé comme le précédent par l'étude de diélectriques à constantes connues et a donné également des résultats satisfaisants.

Passons maintenant à la description des principales parties d'une ligne. Elles sont les mêmes quel que soit le type de ligne adopté.

1. Tête de ligne : couplage a l'oscillateur. — Un manchon en bronze C, brasé sur le tube T_1

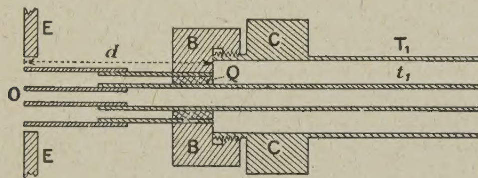


Fig. 32.

(*fig.* 32) sert à la fixation du premier tronçon de ligne à la potence S_1 (se reporter à la figure 30; *cf.* également la photographie 36). Sur le filetage se visse le bouchon B en cuivre, dont la face interne, bien dressée, s'applique sur le bout de T_1 (dont le diamètre intérieur est de 15 à 16 mm). Ce bouchon est percé d'un trou dans lequel est emmanché à force un tube de 7×8 mm. Dans ce dernier, on a collé au trolitul un tube de quartz Q d'environ 5×7 mm de diamètre et de 10 mm de long. Enfin, le tube t_1 est collé dans le tube de quartz Q également avec une solution de trolitul dans du benzène; on a pris les précautions nécessaires pour que, après le séchage, le tube t_1 soit bien centré par rapport à T_1. Le quartz et le trolitul ont été choisis comme isolants à cause de leurs faibles pertes (inférieures à 2.10^{-4}).

La figure 32 montre que la ligne se prolonge à l'extérieur par un autre bout de ligne coaxiale de longueur ajustable. Faisant pour le moment abstraction du quartz Q supposé remplacé par de l'air, nous savons, qu'en réglant la longueur d à $\frac{\lambda}{4}$, l'impédance de cette portion de ligne ouverte vue de Q est quasi nulle, puisqu'égale à $Z_c \times \frac{\pi}{4Q}$. L'extrémité O est placée en face de l'antenne de l'oscillateur disposée suivant l'axe de la ligne. *Ce dispositif assure un couplage de la ligne de mesure extrêmement lâche et très symétrique. Il a, d'autre part, l'avantage d'apporter le minimum de perturbation dans la ligne de mesure puisque tout se passe comme si la tête de celle-ci était un court-circuit presque parfaitement réfléchissant pour les ondes.*

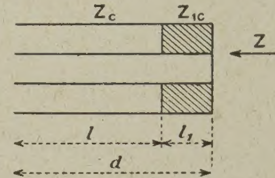


Fig. 33.

La vraie valeur de d pour laquelle le tronçon de ligne de couplage a une impédance quasi nulle se calcule facilement. En effet, l'impédance, vue de Q, est (*fig.* 33) :

$$Z = Z_{1c}\,\frac{Z_{1c}\,\mathrm{th}\,P_1 l_1 + \dfrac{Z_c}{\mathrm{th}\,Pl}}{Z_{1c} + \dfrac{Z_c}{\mathrm{th}\,Pl}}$$

ou, en négligeant les pertes du trolitul et du quartz ainsi que celles dans le cuivre,

$$Z = \frac{Z_c}{n_1}\,\frac{\dfrac{Z_c}{n_1} j\,\mathrm{tg}\,2\pi n_1 \dfrac{l_1}{\lambda} - j\,\dfrac{Z_c}{\mathrm{tg}\,2\pi \dfrac{l}{\lambda}}}{\dfrac{Z_c}{n_1} - j\,\dfrac{Z_c}{\mathrm{tg}\,2\pi \dfrac{l}{\lambda}}}.$$

On voit que Z s'annule si

$$\mathrm{tg}\,2\pi\frac{l}{\lambda} = \frac{n_1}{\mathrm{tg}\,2\pi n_1 \dfrac{l_1}{\lambda}}.$$

On peut adopter 3,6 comme constante diélectrique du scellement quartz-trolitul; d'où l connaisssant l_1, n_1 et λ.

2. Fin de ligne : cellules de mesure. — Le deuxième tronçon de ligne se termine par un manchon en bronze analogue à celui de la tête de ligne. Ce manchon sert à la fixation sur la potence S_2 (*cf.* figure 30 et photo 36) et il est muni d'un filetage sur lequel se vissent les cellules de mesure interchangeables qui sont presque identiques pour les deux types de ligne décrits au début de ce chapitre. Donnons maintenant quelques détails sur les deux cellules utilisées avec le premier type de ligne.

Leur adaptation au deuxième type découle sans difficulté de l'examen de la figure 31.

1° *Mesure sur des solides.* — Le dispositif est représenté par la figure 34. C'est un tube de cuivre d'environ 40 mm de long, de même diamètre intérieur que T_2 sur lequel il se visse par le filetage F. L'extrémité M forme un manchon fendu en croix que l'on peut serrer dans le collier D.

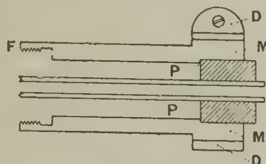


Fig. 34.

Le mode opératoire est un peu différent de celui indiqué au paragraphe 6 du Chapitre III. En effet, dans une première opération, la partie hachurée représente une rondelle épaisse en cuivre que l'on applique exactement sur la portée P et que l'on bloque alors grâce au collier de serrage D. Au moment de la $K^{\text{ième}}$ résonance, la longueur de la ligne vaut $K\frac{\lambda}{2}$. Puis, on remplace la rondelle de cuivre par une rondelle d'isolant d'épaisseur $l' = \frac{\lambda}{20}$, cuivrée préalablement sur sa périphérie et sur sa face arrière par pulvérisation cathodique, puis par électrolyse.

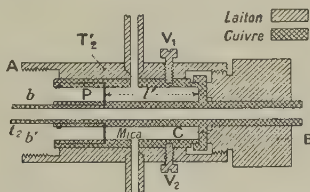


Fig. 35.

L'épaisseur du décrochement P n'est que de 0,2 mm; elle est d'ailleurs occupée en grande partie par la couche de cuivre qui recouvre l'isolant. Le raccourcissement nécessaire pour retrouver la $K^{\text{ième}}$ résonance représente $M = K\frac{\lambda}{2} - L$. En retranchant $\frac{\lambda}{20}$ de ce raccourcissement mesuré M, on aura le ΔL nécessaire à l'utilisation des abaques n°s 2, 3 ou 4.

Cette façon d'opérer nous a donné satisfaction aussi bien du point de vue des contacts entre l'isolant et la ligne, que de la correction de la mesure des ΔL lesquels peuvent ne pas dépasser quelques millièmes de la longueur d'onde pour des indices de réfraction faibles.

2° *Mesures sur des liquides.* — Après divers essais, nous avons adopté le dispositif de la figure 35. Un tube T'_2 en laiton se raccorde au tube T_2 de la ligne par le filetage A. On y loge une fourrure en cuivre qui comporte en P une portée située à une distance $l' = \frac{\lambda}{20}$ du bord extrême. Une bague b entrant à force appuie sur P une rondelle de mica de 50 à 75 μ d'épaisseur. Un couvercle C en cuivre ferme hermétiquement l'extrémité de la fourrure. Le tube t_2, solidaire de ce couvercle, comporte également une portée sur laquelle s'appuie la rondelle de mica. Les diamètres des tubes constituant la cellule sont choisis de façon que l'impédance caractéristique soit égale à celle de la ligne $T_2 - t_2$. Afin que le contact entre C et la fourrure soit aussi parfait que possible, un bouchon B bloque C sur la fourrure, elle-même immobilisée par les vis latérales V_1, V_2. Enfin, deux tubes latéraux de 2 mm de diamètre intérieur servent à introduire le diélectrique liquide dans la chambre de longueur l' comprise entre C et le mica. Pour éviter les fuites de liquide, il faut cimenter très légèrement les bords de la rondelle de mica près des bagues b et b'. L'expérience montre que ceci n'apporte pas de perturbation aux mesures.

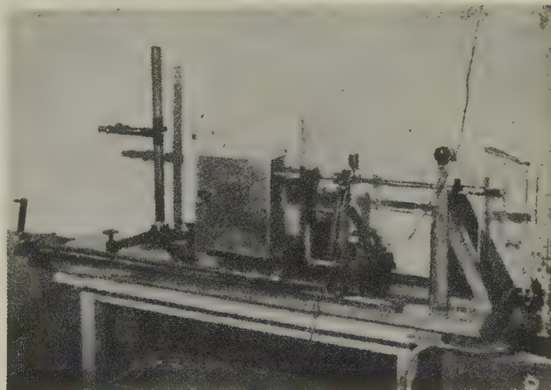


Fig. 36.

La longueur l' peut être réglée à $\frac{\lambda}{20}$ à 2/100e de millimètre près. Des expériences avec des liquides non dispersifs permettent de vérifier ce réglage et, d'une façon générale, de contrôler la qualité de l'ensemble de l'appareil. Elles seront décrites au Chapitre VII.

3. Accessoires de la ligne de mesure. — 1° Pour mesurer avec précision les variations de longueur de la ligne, on a fixé, à la potence S_2, la tête d'une jauge de profondeur avec vernier au 1/50e de millimètre en acier. La tige de cette jauge, graduée en millimètres, est fixée à la potence S_1. Ainsi, la tige et la tête de la jauge sont solidaires respectivement des deux parties mobiles de la ligne.

2° Le raccord des cellules à liquide avec les tubes de circulation décrits au Chapitre IV se fait par deux tubes en pyrex cimentés à demeure sur la cellule.

4. Dispositif de mesure du courant dans l'entrée de la ligne. — Il est impossible de mettre un thermocouple en série dans l'entrée de la ligne pour mesurer le courant. L'amortissement ainsi créé serait, en effet, prohibitif. Nous avons donc adopté l'artifice déjà utilisé par Abadie pour des lignes de Lecher et qui consiste à mesurer la différence de potentiel entre les conducteurs de la ligne à une distance $\frac{\lambda}{4}$ de l'entrée (*fig.* 37). Il est facile de voir, en effet, d'après les équations de propagation, que cette différence de potentiel est proportionnelle à I.

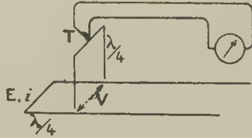


Fig. 37.

On mesure finalement cette différence de potentiel à l'aide du voltmètre classique à ligne quart d'onde fermée sur un thermocouple [51]. Afin de perturber au minimum la ligne principale, le voltmètre doit répondre à deux conditions :

1° *Couplage très lâche avec la ligne principale* : il est placé normalement à celle-ci comme l'indique le schéma de la figure 37.

2° *son impédance doit être grande;* or, elle est égale à $\frac{Z'_c}{Z} \times Z'_c$ (Z'_c étant l'impédance caractéristique de la ligne du voltmètre et Z' l'impédance du couple); par suite, il faut un couple de faible impédance; mais on est limité dans ce choix, car les couples sensibles ont tous un fil très fin.

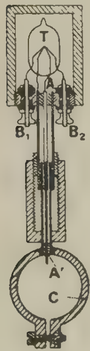


Fig. 38.

La figure 38 représente notre réalisation pratique d'un tel voltmètre. T est un thermocouple Cambridge dont le bras chauffant a une résistance de 34,5 Ω et le deuxième bras une résistance de 7,9 Ω. Ce dernier bras est connecté à deux bornes isolées B_1 et B_2, reliées par des fils blindés à un appareil de mesure de faible résistance, sensible en volts (microampèremètre Chauvin et Arnoux de 3,5 Ω ou galvanomètre Hartmann et Braun de 4 Ω). Le bras actif est relié à une petite ligne coaxiale constituée par un tube de cuivre de 4,5 × 5 mm, soudé au socle métallique portant les bornes B_1, B_2, et par un tube de 1,2 × 1,8 mm fixé en A suivant l'axe du premier par un isolant en quartz collé au trolitul. Dans cette première ligne, coulisse une seconde ligne formée par un tube de cuivre de 3,2 × 4,4 mm et un fil de cuivre de 1,1 mm, maintenus ensemble en A' par du quartz. Cette deuxième petite ligne est interchangeable suivant la longueur d'onde; elle se visse sur un collier de serrage C que l'on bloque sur le tube T de la ligne de mesure à la distance $\frac{\lambda}{4}$ de la tête de la ligne. Le fil de cuivre pénètre perpendiculairement de 2 à 3 mm dans cette ligne à travers un trou ovale. La figure, montre, en outre, deux pièces filetées solidaires respectivement des deux tronçons de ligne du voltmètre; leur utilité est de permettre un réglage fin de la longueur du voltmètre. On constate également que le support du couple est coiffé par un petit boîtier métallique, de sorte que, finalement, la haute fréquence se propage uniquement à l'intérieur de conducteurs creux fermés. Il n'y a donc aucune perte par rayonnement et l'on peut toucher sans inconvénient le voltmètre.

Remarque. — On peut se demander avec quelle approximation doit être fait le réglage de la distance entre le voltmètre et l'entrée de la ligne. Or, à l'abscisse x, la différence de potentiel entre les deux conducteurs d'une ligne est

$$v = E \operatorname{ch} Px - iZ_c \operatorname{sh} Px,$$

d'où, sachant que β est très petit,

$$v = E \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} - jZ_c i \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}.$$

Pour $x = \frac{\lambda}{4}$, on a bien $|v| = |i| \times Z_c$. Supposons qu'on commette une erreur relative ε sur le réglage de x à $\frac{\lambda}{4}$. On aura

$$v = E \sin \pi \frac{\varepsilon}{2} - jZ_c i \cos \pi \frac{\varepsilon}{2}.$$

L'erreur relative sur $|v|$ est donc

$$\frac{|i| Z_c - \sqrt{|i|^2 Z_c^2 + \frac{\pi^2 \varepsilon^2}{4}\left(E^2 - \frac{|i|^2}{2} Z_c^2\right)}}{|i| Z_c} \sim \frac{\pi^2 \varepsilon^2}{16}\left(1 - \frac{2E^2}{|i|^2 Z_c^2}\right).$$

Or, nous avons déjà vu qu'à la résonance, on a

$$\frac{I_c}{I} = \sqrt{\frac{Y_0}{Y}} \frac{K\pi\varphi}{2} \qquad \text{avec } I_c = \frac{E}{Z_c}.$$

Par conséquent, l'erreur relative précédente sur $|v|$ est

$$e = \frac{\pi^2 \varepsilon^2}{16}\left[1 - 2\frac{Y_0}{Y}\left(\frac{K\pi\varphi}{2}\right)^2\right].$$

Pour des diélectriques à faibles pertes $\frac{Y_0}{Y}$ est très voisin de 1, de sorte que e a une valeur négligeable même pour un déréglage de x égal à 1 pour 100. Pour les diélectriques à fortes pertes, $\frac{Y_0}{Y}$ peut atteindre 400 et e est encore plus petit que dans le cas précédent.

5. Réglage de la ligne de mesure. — Après avoir mesuré la longueur d'onde avec l'ondemètre qui sera décrit plus loin, on fixe le voltmètre à $\frac{\lambda}{4}$ de l'entrée. On lui donne une longueur aussi voisine que possible de $\frac{\lambda}{4}$.

On couple ensuite l'oscillateur très lâchement avec la ligne. On trace alors une courbe de résonance en faisant varier la longueur de la ligne supposée sans diélectrique. La courbe ainsi obtenue n'est, en général, pas symétrique et l'un de ses paliers est plus élevé que l'autre. Par tâtonnements, on cherche alors, en modifiant la longueur du voltmètre, à obtenir une courbe de résonance bien symétrique. On constate qu'*à ce moment, le coefficient de surtension déduit de la courbe est maximum et qu'il est constant quel que soit le niveau auquel on s'adresse sur la courbe pour le calculer*. On vérifie, de plus, que la longueur de la ligne est bien alors un multiple exact de la demi-longueur d'onde.

6. Étude expérimentale de la ligne de mesure. — Nous avons étudié systématiquement l'influence de divers facteurs sur le coefficient de surtension de la ligne.

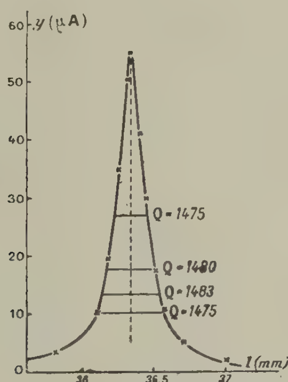


Fig. 39.

1° L'expérience a montré que le coefficient de surtension ne varie pratiquement pas pour un déréglage de 2 pour 100 de la longueur de la ligne de couplage.

Si l'on fait dépasser le conducteur interne de celle-ci de quelques millimètres par rapport au conducteur externe, les maxima de résonance sont fortement accrus. Néanmoins, on observe que cette modification a pour effet de diminuer la surtension.

2° Nous avons vérifié que la surtension et la longueur de résonance ne changent pas après dévissage et reblocage de la cellule qui termine la ligne de mesure.

3° Nous avons vérifié la loi de décroissance des maxima de résonance énoncée au Chapitre II.

4° Nous avons contrôlé que la valeur du coefficient de surtension calculée d'après la courbe de résonance est la même quel que soit le niveau choisi pour faire ce calcul.

La figure 39 donne un exemple d'une courbe de résonance en l'absence de diélectrique pour une longueur d'onde de 16,7 cm.

On y indique les valeurs de Q obtenues à partir de cette courbe; la valeur moyenne obtenue est la même quelle que soit la cellule qui termine la ligne, aux erreurs d'expérience près, c'est-à-dire à 0,3 pour 100 près.

L'ensemble de ces contrôles nous a permis de considérer les lignes que nous avons décrites comme satisfaisantes pour des essais ultérieurs avec des diélectriques.

7. Ondemètre a ligne coaxiale. — On peut mesurer la longueur d'onde avec les lignes déjà décrites. Cependant, il est parfois utile de contrôler la valeur de λ, alors que la ligne de mesure est occupée par le diélectrique à l'étude. C'est pourquoi nous avons également construit un ondemètre dont voici rapidement la description.

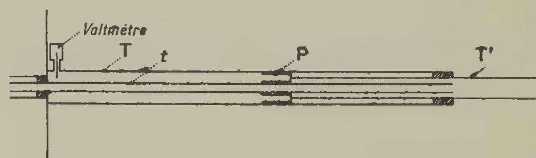


Fig. 40.

Le schema de la figure 40 montre qu'il se compose de deux tubes concentriques T et t. Un piston P manié par le tube T' coulisse dans T et sur t. Notons que la résistance de contact est reportée en avant du fond de la ligne, grâce à la forme du piston. Le couplage à l'oscillateur et la mesure du courant se font comme il a été déjà expliqué.

Dans la réalisation pratique, le tube T porte un dispositif qui permet de déplacer la tige T' rapidement ou très lentement.

Les déplacements sont évalués à 1/20e de millimètre près grâce à une jauge de profondeur dont la tige est solidaire de T' et dont la tête est fixée sur T. Le coefficient de surtension de cet ondemètre est de 750 pour $\lambda = 16{,}7$ cm, c'est-à-dire que sa courbe de résonance a une largeur à mi-hauteur d'environ 0,38 mm pour $L = 3\,\frac{\lambda}{2}$. En mesurant plusieurs pointes de résonance, on peut obtenir λ à 1/2000e près.

L'appareil peut servir pour des longueurs d'onde allant de 10 cm à 70 cm environ.

Chapitre VI.

Mesures sur des diélectriques solides. — Nous avons opéré à une fréquence de 1 800 mégacycles ($\lambda = 16,66$ cm). La précision des résultats obtenus indiquera le minimum de ce qu'on peut attendre de notre méthode, puisque nous destinons celle-ci aux fréquences de 100 à 2 000 mégacycles. Les difficultés expérimentales sont, en effet, d'autant plus grandes que la fréquence est plus élevée. Chemin faisant, j'indiquerai d'ailleurs quelles précisions on pourrait atteindre aux longueurs d'onde supérieures à 16,66 cm.

Les mesures de longueur ont été faites à 1/50e de millimètre près. Les solides étudiés ayant de faibles pertes, les courbes de résonance sont très pointues et leur tracé se trouve suffisamment précis pour que la considération du diamètre des cordes horizontales puisse fournir la position du maximum à 1/100e de millimètre près en répétant plusieurs expériences. L'erreur sur ΔL est donc de 0,02 mm au plus.

Pour mesurer le rapport $\frac{Y_0}{Y}$ j'ai intercalé en série, avec le couple et le galvanomètre, une boîte de résistances étalonnées à 5/10000e près. Soit R_0 la résistance totale de ce circuit pour une déviation y_0 du spot en l'absence du diélectrique. Je me suis arrangé pour que la déviation maxima y dans la mesure avec diélectrique soit égale à y_0 en réglant la résistance du circuit galvanométrique (tout en restant à l'amortissement critique grâce au deuxième cadre dont était muni le galvanomètre). On a donc

$$\frac{Y_0}{Y} = \frac{R_0 y_0}{R y} = \frac{R_0}{R}.$$

En opérant de cette façon, toute erreur de proportionalité du galvanomètre est éliminée. La grande stabilité de l'oscillateur a permis de faire des lectures $y = y_0$ de 500 mm à 1/1 000e près, de sorte que l'erreur relative maxima sur $\frac{Y_0}{Y}$ est restée de 3.10^{-3} quel que soit $\frac{Y_0}{Y}$.

Ajoutons enfin que λ a été mesuré à 0,05 pour 100 près et φ à 0,3 pour 100 près.

1. Résultats. — Mon but principal étant l'étude des diélectriques liquides, je n'ai fait que peu de mesures sur des solides. Le Tableau I donne les résultats que j'ai obtenus pour du quartz transparent et de l'ébonite en comparaison avec ceux de divers auteurs. Les échantillons avaient 8,33 mm de long. Ils étaient cuivrés par pulvérisation cathodique et l'épaisseur de cuivre était ensuite portée à 1/10e de millimètre par électrolyse. On a utilisé la résonance de rang $K = 2$.

Tableau I.

Isolant.	Auteur.	Méthode.	λ (cm).	$\varepsilon' \# n^2$.	Erreur relative sur ε' (%).	10^4 tg δ $\# 2.10^4\chi$.	Erreur relative sur ε' (%).
Quartz transparent	W. Kebbel.....	Optique	7,2	3,6	10	8	10
	G. Bäz.......	»	9,5	3,9	10-15	5	10-15
	Rhode.........	Circuit oscillant	300	4,2	3	1	–
	M. Denis.......	Ligne coaxiale	102	4,15	–	1,15	–
	J. Benoît	»	16,66	4,25	2,86	2,0	–
Ébonite	G. Bäz.........	Optique	6,2	2,8	10-15	70	10-15
	W. Kebbel.....	»	7,2	3,3	10	100	10
	M. Denis.......	Ligne coaxiale	102	3,4	–	150	–
	Rhode.........	Circuit oscillant	150	3	3	150	–
	J. Benoît......	Ligne coaxiale	16,66	2,86	4	117	5,2

Voici comment nous avons calculé nos erreurs de mesure. Les quantités ΔL et $\frac{Y_0}{Y}$ valaient respectivement :

a. Pour le quartz :

$$\Delta L = 1 \text{ mm}, \qquad \frac{Y_0}{Y} = 1,03;$$

b. Pour l'ébonite :

$$\Delta L = 0,53 \text{ mm}, \qquad \frac{Y_0}{Y} = 1,45;$$

Connaissant les erreurs sur ΔL et sur λ indiquées au début, il est possible d'évaluer sur l'abaque n° 4 l'erreur absolue commise sur n. A cette erreur a été ajoutée celle due à l'imprécision de l' qui n'est pas rigoureusement égal à $\frac{\lambda}{20}$ (ce point sera discuté plus loin en détail).

Pour calculer l'erreur sur χ, on évalue sur l'abaque n° 5, d'après l'erreur totale sur n, les erreurs com_

mises sur $\frac{1}{m}$ et $p - 4\pi\frac{M}{\lambda}$. On ajoute à ces dernières les erreurs sur φ et $\frac{Y_0}{Y}$.

Rappelons que la précision atteinte serait bien supérieure en choisissant un échantillon de longueur supérieure à $\frac{\lambda}{20}$ $\left(\frac{\lambda}{10}\text{ par exemple}\right)$; puisque l'indice n de ces corps est petit.

Quartz transparent. — *a.* Les constantes diélectriques sont assez concordantes. On constate que les erreurs dans les méthodes optiques sont très supérieures à la nôtre; il est vrai que la longueur d'onde est un peu plus courte. Rhode indique 3 pour 100 d'erreur pour $\lambda = 3$ m. Avec cette longueur d'onde, notre méthode conduirait à un résultat approché à 1,4 pour 100, car l'erreur due à un défaut de réglage de l' est alors négligeable.

b. δ est moins bien déterminé. Nos résultats nous donnent seulement le droit de dire que δ est inférieur à 2.10^{-4}, car le terme entre crochets, dans la formule (35), vaut 0,0375 seulement, d'où une erreur relative considérable sur lui. La valeur anormalement grande indiquée par Kebbel est probablement due à une impureté.

Ébonite. — Les valeurs de ε' données par les divers auteurs ne sont pas en parfait accord. Ceci peut être dû, cette fois, au fait que la composition de l'ébonite est assez mal définie.

A une longueur d'onde de l'ordre du mètre, les erreurs de mesure dans notre méthode seraient seulement de 2 et 3 pour 100 environ sur ε' et δ respectivement, avec $l' = \frac{\lambda}{20}$. Rhode indique 3 pour 100 d'erreur sur ε' pour $\lambda = 150$ cm, sans d'ailleurs justifier ce chiffre.

Remarque sur la grandeur de l'erreur de mesure. — D'après l'abaque n° 4, l'erreur de mesure proprement dite sur n diminue de 3 à 0,3 pour 100 quand n croît de 1 à 3. L'allure de la courbe montre que, pour n plus grand que 7, la précision est du même ordre que pour n inférieur à 3, mais varie en sens inverse, c'est-à-dire passe d'environ 0,3 à 3 pour 100 quand l'indice croît de 7 à 9. Mais pour des indices compris entre 3 et 7, l'erreur de mesure serait seulement de l'ordre de 0,1 à 0,3 pour 100. Naturellement, il convient, dans tous ces cas, d'ajouter l'erreur supplémentaire due à l'incertitude sur la valeur de la longueur l' de l'échantillon. Nous allons d'ailleurs discuter ce point en détail.

2. Influence de l'erreur sur la longueur de l'échantillon dans le cas $A \ll B$. — Les abaques ont été établis pour $l' = \frac{\lambda}{20}$. Quelle est l'erreur relative entraînée sur la valeur de n lorsqu'on les utilise avec un échantillon de longueur $\frac{\lambda}{20} - dl'$? La formule (33) nous fournit la modification que L subit :

$$dL = -\frac{1 + \mathrm{tg}^2\frac{\pi n}{10}}{1 + \frac{1}{n^2}\mathrm{tg}^2\frac{\pi n}{10}}\,dl'.$$

Par conséquent, d'après la façon dont nous opérons pour les solides, la modification subie par la quantité ΔL est

$$d(\Delta L) = \frac{1 + \mathrm{tg}^2\frac{\pi n}{10}}{1 + \frac{1}{n^2}\mathrm{tg}^2\frac{\pi n}{10}}\,dl'. \qquad (36)$$

Or, la longueur des échantillons solides est ajustée à 1/100e de millimètre près. Le tableau suivant donne les valeurs de d(ΔL) et les erreurs relatives consécutives sur n dans l'emploi de l'abaque n° 4, pour n allant de 1 à 5 (de 5 à 9, ces erreurs seraient du même ordre, mais dans le sens décroissant).

Tableau II.

n.	$\frac{d(\Delta L)}{dl'}$.	d(ΔL) (en mm) calculé pour $dl' = 0,01$ mm.	$\frac{dn}{n}$ (en %). $\lambda = 16,66$ cm.	$\lambda = 166,6$ cm.
1.......	1	0,01	1,5	0,15
2.......	1,35	0,0135	0,5	0,05
3.......	2,39	0,0239	0,33	0,033
4.......	6,58	0,0658	0,28	0,028
5.......	25	0,25	0,31	0,031

Nous constatons que, pour la longueur d'onde de 166,6 cm, ces erreurs sont très petites. On peut même, à ce moment-là, les négliger devant l'erreur de mesure.

Il est inutile de faire une discussion analogue à propos de l'indice χ, car le calcul montre que les modifications subies par $\frac{1}{m}$ et $p - 4\pi\frac{M}{\lambda}$ pour $dl' = 0,01$ mm sont inférieures à la précision graphique de l'abaque n° 5. Il est donc légitime de conduire le calcul de l'erreur de mesure sur χ tel qu'il a été expliqué au paragraphe précédent.

Chapitre VII.

I. Mesures sur des diélectriques liquides (complément théorique). — 1. Mise au point théorique. — Ainsi qu'il a été dit au Chapitre V, le liquide est enfermé entre l'extrémité court-circuitée de la ligne et une rondelle isolante solide d'épaisseur l'' (indice de réfraction n'', pertes : χ'' négligeable, constante diélectrique : $\varepsilon'' = n''^2$).

Dès lors, l'impédance à mesurer est (*fig.* 41)

$$Z''_c \frac{Z''_c \operatorname{th} P'' l'' + Z'}{Z''_c + Z' \operatorname{th} P'' l''}.$$

Or,

$$Z''_c \operatorname{th} P'' l'' = \frac{Z_c}{n''} \operatorname{th} \alpha'' l'' = \frac{Z_c}{n''} j \frac{2\pi n'' l''}{\lambda},$$

en négligeant χ'' et φ devant l'unité dans ce terme correctif et en remarquant que $\frac{l''}{\lambda}$ sera très petit.

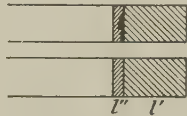


Fig. 41.

L'impédance inconnue est donc de la forme

$$Z_c(A' + jB') = \frac{Z_c}{n''} \frac{j Z_c 2\pi \frac{l''}{\lambda} + Z'}{\frac{Z_c}{n''} + j \frac{2\pi n'' l''}{\lambda} Z'},$$

d'où

$$A' + jB' = \frac{A + jB + j\frac{2\pi l''}{\lambda}}{1 + j\frac{2\pi\varepsilon'' l''}{\lambda}(A + jB)}. \qquad (37)$$

Par conséquent, on ne peut utiliser directement les abaques tracés pour $A + jB$ sans précautions. En effet, l'impédance que la construction graphique du Chapitre II permet d'obtenir sera $A' + jB'$ et non pas $A + jB$. La correspondance entre A', B' et les indices n, χ n'est donc plus immédiate.

2. Correction graphique dans le cas général. — Du point $A' + jB'$ que l'on obtiendra d'après les expériences, on peut déduire le point $A + jB$ auquel on aurait abouti en l'absence de la paroi isolante solide. En effet,

$$A + jB = \frac{A' + jB' - jT}{1 - jk(A' + jB')}$$

avec $$T = \frac{2\pi l''}{\lambda} \quad \text{et} \quad k = \varepsilon'' T.$$

Cette relation montre qu'il suffira, pour retrouver $A + jB$, d'exécuter les opérations géométriques suivantes sur l'affixe de $A' + jB'$:

1° Translation égale à $-T$ parallèlement à l'axe des ordonnées;

2° Homothétie de centre l'origine et divisant le module par

$$H = \sqrt{1 + 2kB' + k^2(A'^2 + B'^2)};$$

3° Rotation autour de l'origine d'un angle égal à

$$\operatorname{Arctg} \frac{kA'}{1 + kB'}.$$

Le point ainsi finalement obtenu donnera les valeurs correctes de n et χ. La grandeur de ces corrections est, en général, très faible, comme permet de s'en rendre compte le Tableau III établi pour $\lambda = 16{,}66$ cm.

Tableau III.

	ε''.	l'' (μ).	T.	k.
Rondelle de mica	7	50	0,001886	0,01320
	7	60	0,002263	0,01584
	7	70	0,002640	0,01848
	7	75	0,002828	0,01980

Prenons un exemple pour montrer l'ordre de grandeur des corrections.

Si l'on utilise l'abaque n° 1 dans des conditions où $A \leqq 2$, $B \leqq 4$, $\sqrt{A'^2 + B'^2} \leqq 4$, la valeur de H est très sensiblement $H = 1 + kB'$ et sa valeur maxima est 1,0528 pour $l'' = 50$ μ, ou 1,0792 pour $l'' = 75$ μ. De même, Arc tg ne dépasse pas 44′ 42″ pour $l'' = 50$ μ et 1° 8′ pour $l'' = 75$ μ. Les valeurs couramment observées dans nos mesures sont d'ailleurs beaucoup plus petites et l'on peut souvent les négliger devant les erreurs de mesure.

Remarquons enfin que, pour $\lambda = 1{,}666$ m, T et k seraient divisés par 10 et les corrections seraient alors toujours négligeables.

Remarque très importante. — L'utilisation des abaques n°s 1 ou 2 nécessite la connaissance de L. Or, nous mesurons expérimentalement $\Delta L = L_0 - L$ et nous calculons $L = L_0 - \Delta L$. Jusqu'ici, nous avions, dans le cas de l'air, $L_0 = K\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{20}$. Ceci n'est plus vrai à cause de la présence de la rondelle isolante; on a maintenant, lorsque la cellule est pleine d'air,

$$\operatorname{tg} 2\pi \frac{L_0}{\lambda} = -\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{10} + 2\pi\frac{l''}{\lambda}}{1 - k \operatorname{tg}\frac{\pi}{10}}.$$

De sorte que

$$L_0 = K\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{20} - x \quad \text{et} \quad L = K\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{20} - (\Delta L + x).$$

La formule précédente donne, par exemple, $x = 0{,}0789$ mm pour $l'' = 50$ μ et $x = 0{,}1186$ mm pour $l'' = 75$ μ en supposant $\lambda = 16{,}66$ cm.

Résumé de la recherche de n et χ dans le cas général. — Après avoir mesuré Y, Y_0 et ΔL, on ajoutera la quantité fixe x calculable au ΔL observé et l'on construira, par exemple sur l'abaque n° 2, le point $A' + jB'$ en suivant les directives données au paragraphe 6 de la première partie du Chapitre III. On reportera ce point sur l'abaque n° 1 afin de

pouvoir effectuer les corrections géométriques indiquées plus haut.

Le point $A + jB$ auquel on aboutira après ces corrections, fournira les valeurs vraies de n et χ du liquide étudié.

3. Correction dans le cas $A' \ll B'$. — D'après la première condition (17), on a

$$\frac{A'^2 + B'^2 - 1}{B'} = 2 \operatorname{cotg} 4\pi \frac{L}{\lambda},$$

d'où l'on tire

$$B' = -\operatorname{tg} 2\pi \frac{L}{\lambda}$$

puisque $A' \ll B'$. Or, sachant que A', B' diffèrent peu de A, B, nous pouvons négliger jkA devant l'unité dans le dénominateur de (37) et écrire

$$A' = \frac{A}{1 - kB}, \qquad B' = \frac{B + 2\pi \frac{l''}{\lambda}}{1 - kB},$$

donc, en particulier,

$$\operatorname{tg} 2\pi \frac{L}{\lambda} = -\frac{\frac{1}{n} \operatorname{tg} 2\pi n \frac{l'}{\lambda} + 2\pi \frac{l''}{\lambda}}{1 - 2\pi \frac{\varepsilon'' l''}{\lambda} \frac{1}{n} \operatorname{tg} 2\pi n \frac{l'}{\lambda}}. \tag{39}$$

Connaissant ε'' et l'', la relation (39) permet de calculer ΔL pour diverses valeurs de n en supposant encore $l' = \frac{\lambda}{20}$ par exemple. Les abaques n°s 6 et 7 ainsi obtenus sont presque identiques aux abaques n°s 3 et 4 relatifs aux solides. Nous n'avons donc pas jugé utile d'en donner la reproduction.

Passons maintenant au calcul de χ. La deuxième condition (17) nous donne

$$B'^2 + 1 = A' F_2,$$

c'est-à-dire

$$A' = \frac{1}{F_2}\left(1 + \operatorname{tg}^2 2\pi \frac{L}{\lambda}\right) = -\frac{2}{F_2} \frac{B'}{\sin 4\pi \frac{L}{\lambda}},$$

puisque $\operatorname{tg} 2\pi \frac{L}{\lambda} = -B'$. En remplaçant $A'B'$ en fonction de A et B, ceci s'écrit

$$\frac{A}{1 - kB} = -\frac{2}{F_2} \frac{1}{\sin 4\pi \frac{L}{\lambda}} \frac{B + 2\pi \frac{l''}{\lambda}}{1 - kB}$$

ou, enfin,

$$\left[\frac{2\alpha' l'}{\sin 2\alpha' l'} \frac{\varphi + \delta}{2} - \frac{\delta}{2}\right] = \frac{-1}{\sin 4\pi \frac{L}{\lambda}} \frac{2}{F_2}\left(1 + \frac{2\pi \frac{l''}{\lambda}}{B}\right),$$

d'où l'on tire

$$m\chi + p\frac{\varphi}{2} = \frac{2}{F_2}$$

en posant

$$m = -\sin 4\pi \frac{L}{\lambda}\left(\frac{2\alpha' l'}{\sin 2\alpha' l'} - 1\right) \frac{1}{1 + \frac{T}{B}},$$

$$p = -\sin 4\pi \frac{L}{\lambda} \frac{2\alpha' l'}{\sin 2\alpha' l'} \frac{1}{1 + \frac{T}{B}}.$$

Sachant que

$$\frac{2}{F_2} = 2\pi\varphi\left(\frac{K}{2}\sqrt{\frac{Y_0}{Y}} - \frac{L}{\lambda}\right),$$

on obtient en posant

$$M = K\frac{\lambda}{2} - L,$$

$$\frac{2\chi}{\varphi} = \left[2K\pi\left(\sqrt{\frac{Y_0}{Y}} - 1\right) - p + 4\pi \frac{M}{\lambda}\right]\frac{1}{m}. \tag{40}$$

La formule (40) est identique à la formule (35) relative aux corps solides, mais les coefficients m, p, M doivent être recalculés en fonction de n, en tenant compte de (39). Un abaque n° 8 fournit les valeurs de $\frac{1}{m}$ et de $p - 4\pi \frac{M}{\lambda}$ en fonction de n. Son emploi suppose $l' = \frac{\lambda}{20}$ et $l'' = 4{,}5 \cdot 10^{-4}\lambda$. Comme pour l'abaque n° 6, les courbes obtenues diffèrent extrêmement peu des courbes relatives aux corps solides, sauf pour $4{,}7 \leq n \leq 5{,}5$. Nous n'en donnerons pas la reproduction.

Il est légitime d'ajouter qu'une erreur de quelques pour 100 sur l'évaluation de l'épaisseur l'' des rondelles, n'a qu'une influence tout à fait négligeable sur la forme des abaques n°s 6, 7 ou 8 puisqu'ils sont déjà presque identiques aux abaques n°s 3, 4 et 5 qui correspondent à $l'' = 0$.

4. Influence de l'erreur sur l'. — Nous ne ferons cette discussion que dans le cas $A \ll B$.

L'identité entre les abaques n°s 3 et 6 nous permet d'admettre qu'une erreur dl' sur l' entraîne une variation dL de L satisfaisant encore à la relation

$$dL = -\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi n}{10}}{1 + \frac{1}{n} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi n}{10}} dl'.$$

Mais, d'après la façon dont la mesure est conduite avec un liquide, cette erreur se présente cette fois également en l'absence du liquide, puis en sa présence, de sorte que l'erreur entraînée sur ΔL est

$$d(\Delta L) = dL_0 - dL = \left(\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi n}{10}}{1 + \frac{1}{n^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi n}{10}} - 1\right) dl'. \tag{41}$$

Le Tableau IV indique les erreurs relatives systématiques sur n calculées en supposant que la longueur de la cellule contenant le liquide est ajustée à 0,02 mm près. On constate que, contrairement au cas des solides, l'erreur augmente quand n passe de 1 à 5 (de 5 à 9, elle décroît en passant par des valeurs du même ordre). La précision pour les

faibles indices est donc bien supérieure à ce qu'elle était pour les corps solides.

De même que pour les solides, il est superflu de faire une discussion analogue au sujet de χ. L'erreur sur χ s'obtiendra donc en tenant simplement compte de l'erreur totale sur n, qui est la somme de l'erreur de mesure proprement dite et de l'erreur systématique que nous venons d'évaluer.

TABLEAU IV.

n.	$\frac{d(\Delta L)}{dl'}$.	$d(\Delta L)$ (en mm) calculé pour $dl' = 0,02$ mm.	$\frac{dn}{n}$ (en %). $\lambda = 16,66$ cm.	$\lambda = 166,6$ cm.
1.......	0	0	0	0
2.......	0,35	0,0070	0,25	0,025
3.......	1,39	0,0278	0,35	0,035
4.......	5,58	0,1116	0,47	0,047
5.......	24	0,48	0,6	0,06

II. **Mesures sur des diélectriques liquides.** — RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX. — On sait que, lorsqu'un liquide n'a pas de moment polaire permanent, sa constante diélectrique statique est très voisine du carré de son indice de réfraction optique. Un tel corps ne présente pas de phénomène de dispersion ni d'absorption dans le spectre hertzien. La comparaison entre les résultats obtenus pour de tels corps en ondes longues et à $\lambda = 16,66$ cm avec notre méthode nous permettra un contrôle efficace de notre appareillage.

Au contraire, si une molécule possède un moment électrique permanent, elle est sujette à la dispersion et à l'absorption électriques anomales [55]. La mesure de ε' fournit des valeurs décroissantes quand la fréquence augmente à partir d'une certaine valeur qui marque le début de la zone de dispersion. Dans cette même zone, le diélectrique devient absorbant et la constante ε'' passe par un maximum pour une certaine longueur d'onde que nous désignerons par λ_M. Rappelons rapidement comment la théorie de Debye interprète ces phénomènes. Lorsque des dipôles sont soumis à un champ électrique de basse fréquence, ils en suivent les alternances avec facilité et restent toujours orientés sans retard suivant ce champ. Mais, si la pulsation du champ devient très élevée, il peut arriver que les dipôles, gênés par la viscosité, aient de la peine à suivre les alternances. Par conséquent, d'une part la polarisation due à l'orientation diminue et la constante diélectrique également, d'autre part, il y a corrélation entre le déphasage de la polarisation sur le champ et l'apparition de l'absorption.

C'est par ces phénomènes que s'interprètent des résultats expérimentaux tels que ceux qui vont suivre.

PRÉCISION DES MESURES. — Pour des liquides à faibles pertes, le raccourcissement ΔL est mesuré à 0,02 mm près. Lorsque les pertes sont grandes, les courbes sont très aplaties et l'on ne peut plus relever la position du maximum avec autant de précision.

Quant au rapport $\frac{Y_0}{Y}$, il reste déterminé comme pour les solides à $3,10^{-3}$ près, toutes les fois qu'il est possible de faire $y = y_0$. Mais pour les corps les plus absorbants, il arrive que $\frac{Y_0}{Y}$ soit de l'ordre de plusieurs centaines. Il est alors impossible d'obtenir une déviation galvanométrique de 500 mm sans augmenter outre mesure le couplage de la ligne avec l'oscillateur. Dans ces cas, l'erreur sur $\frac{Y_0}{Y}$ dépasse 3.10^{-3}.

La précision obtenue sur n et χ sera indiquée en temps utile dans chaque cas particulier.

ÉTUDE DE QUELQUES LIQUIDES SANS PERTES. — Ces liquides ont été purifiés par distillation fractionnée en présence de sodium. A la longueur d'onde de 16,66 cm, leurs pertes ne se montrent pas supérieures à 2.10^{-4}. Le Tableau V montre que les carrés des indices n obtenus avec notre méthode sont égaux, aux erreurs d'expérience près, à la constante diélectrique mesurée à 533 m par une méthode de doubles battements avec un appareillage que j'ai décrit par ailleurs [60].

TABLEAU V.

Liquide.	T (°C).	n.	$\frac{dn}{n}$.	ε' ($\lambda = 16,66$ cm).	ε' ($\lambda = 533$ m).
Toluène	18	1,55	0,015	2,40±0,072	2,41±0,013
Benzène	15	1,52	0,015	2,31±0,069	2,29±0,013
Dioxane 1-4.........	20	1,49	0,016	2,22±0,071	2,20±0,013
Cyclohexane	15	1,4	0,018	1,98±0,072	2,02±0,013
Hexane.............	17	1,45	0,017	2,1 ±0,072	2,03±0,013

La concordance entre les constantes diélectriques est bonne. L'absence de dispersion est due à la non-polarité de ces corps. En particulier, l'hypothèse que les deux atomes d'oxygène du dioxane 1-4 occupent la position *trans* par rapport au plan des atomes de carbone se trouve confirmée par cette absence de dispersion.

Finalement, nous pouvons conclure que les résultats qui précèdent constituent une vérification satisfaisante de notre appareil de mesure.

Étude de quelques liquides polaires purs. — L'ensemble des valeurs obtenues figure dans le Tableau VI.

Tableau VI.
Longueur d'onde : 16,66 cm.

Liquide.	T (°C).	n.	χ.	ε'.	ε''.	dn/n (en %).	dχ/χ (en %).
Eau	20	9	0,05	81	8,1	1	5
Acétone	20	4,58	0,021	21	0,88	0,25	2,8
Monobromobenzène	20	2,34	0,033	5,47	0,36	0,3	1
Alcool éthylique	18,5	3	0,4	7,56	7,2	1	2,5
» *n*-propylique	18	2,3	0,33	4,70	3,5	1	3
» 2-butylique	20	2,05	0,25	3,94	2,1	1	2,5
» *n*-amylique	20	2,05	0,2	4,03	1,68	1	2,5

Les erreurs indiquées pour n et χ sont les erreurs de mesure proprement dites, car la concordance des résultats précédents sur les corps non dispersifs nous autorise à supposer que le réglage de la longueur l' de la cellule à liquide était assez correct pour que l'erreur qui lui correspond fût négligeable. Cette hypothèse est d'ailleurs encore corroborée par les nombres du Tableau VI relatifs à l'eau, à l'acétone et au monobromobenzène. En effet, les pertes de ces trois corps étant très faibles à 16,66 cm de longueur d'onde, les indices trouvés doivent être égaux, aux erreurs de mesure près, à ceux en ondes longues or, ces derniers valent respectivement : 9, 4,61 et 2,33 pour $\lambda = 533$ m.

Il est possible de déduire de ces données le temps de relaxation τ de chaque molécule. Ce temps a été défini par Debye de la manière suivante. Supposons les dipôles d'un liquide tous orientés par un champ électrique. Si l'on supprime le champ, il faudra un certain temps aux dipôles pour reprendre des orientations quelconques par agitation thermique. C'est le temps de relaxation. Il ne dépend que des frottements éprouvés par les dipôles dans leurs mouvements, des dimensions de la molécule et de la température. Son étude permet d'avoir des renseignements sur la grandeur et la forme des molécules.

D'après Debye, on peut le déduire de ε' ou de ε'' par l'intermédiaire de la longueur d'onde λ_M définie plus haut. On peut, en effet, calculer celle-ci de deux façons différentes :

$$\lambda_M^{\varepsilon'} = \lambda \sqrt{\frac{\varepsilon_\infty - \varepsilon'}{\varepsilon' - \varepsilon_0}} \qquad (42)$$

et

$$\left(\frac{\lambda_M^{\varepsilon''}}{\lambda}\right)^2 - \frac{\varepsilon_\infty - \varepsilon_0}{\varepsilon''} \frac{\lambda_M^{\varepsilon''}}{\lambda} + 1 = 0, \qquad (43)$$

où ε_∞ est la constante diélectrique en ondes longues, ε_0 le carré de l'indice de réfraction optique, ε' et ε'' les constantes mesurées à la longueur d'onde λ. On en déduit ensuite τ par

$$\lambda_M = 2\pi c \tau \frac{\varepsilon_\infty + 2}{\varepsilon_0 + 2} \qquad (44)$$

(c, vitesse de la lumière dans le vide).

La formule (42) ne pourra pas être employée avec sûreté lorsque ε' est trop voisin de ε_∞ ou de ε_0 (paliers de la courbe de dispersion). Il arrive, d'autre part, que les valeurs trouvées pour $\lambda_M^{\varepsilon'}$ et $\lambda_M^{\varepsilon''}$ ne soient pas concordantes, les équations de Debye ne représentant pas toujours parfaitement le phénomène. Un tracé complet des courbes de dispersion et d'absorption peut alors, seul, fixer sur la grandeur exacte de λ_M. D'ailleurs, certains corps présentent plusieurs temps de relaxation auxquels correspondent des courbes ayant plusieurs inflexions; ceci arrive en particulier lorsque la molécule a une forme très différente d'une sphère ou lorsqu'elle est susceptible de plusieurs modes de rotation.

Les valeurs de λ_M et de τ déduites de nos mesures sont connues avec une approximation de 6 à 8 pour 100.

Discussion. — 1. *Eau* ($\varepsilon_\infty = 81$, $\varepsilon_0 = 2$ à 20°). — Hackel [59] a déduit de mesures de conductibilité entre 6 et 10 m de longueur d'onde la

valeur $\lambda_M = 1,6$ cm. Mais nos résultats conduisent à $\lambda_M = 1,83$ cm comme ceux de Bäz [21] d'une part et de Kebbel [22] d'autre part (obtenus par une méthode du genre « optique » dans le domaine des ondes centimétriques). Plus récemment, Slevogt [6] a fait des mesures par la première méthode de Drude aux longueurs d'onde de 10,44 cm, 16,3 cm et 58,3 cm et trouvé des λ_M s'échelonnant de 1,2 cm à 2 cm.

A la longueur d'onde de 1,83 cm correspond un temps de relaxation de $0,0467.10^{-11}$ sec à 20°.

Debye a donné une expression théorique de τ où entrent la viscosité η, le rayon a de la molécule assimilée à une sphère et la température absolue T

$$\tau = \frac{4\pi\eta a^3}{KT}$$

(K, constante de Boltzmann). Or, on peut obtenir a à partir du volume critique en se servant de l'équation de Van der Waals. Le τ théorique ainsi calculé vaut $0,97.10^{-11}$. La valeur, beaucoup plus faible du τ expérimental peut s'expliquer en partie, comme les anomalies de la polarisation d'orientation, par l'hypothèse d'un empêchement à la rotation libre des molécules par suite d'une structure quasi cristalline du liquide [58].

2. *Acétone* ($\varepsilon_\infty = 21,3$; $\varepsilon_0 = 1,85$ à 20°. — La constante diélectrique obtenue est bien voisine de celle en onde longue, ainsi qu'il est normal, les pertes étant faibles.

La zone de dispersion de l'acétone se trouve encore plus éloignée que celle de l'eau vers les hautes fréquences puisque nous aboutissons à $\lambda_M = 0,83$ cm à 20° ($\tau = 0,073.10^{-11}$ sec). Ces chiffres sont bien comparables à ceux tirés des mesures de Keutner [57] ($\lambda = 4$ m) : $\lambda_M = 0,75$ cm et $\tau = 0,068.10^{-11}$ à 35°.

Comme pour l'eau, le temps de relaxation théorique ($0,994.10^{-11}$ à 20°) est beaucoup plus fort.

3. *Monobromobenzène* ($\varepsilon_\infty = 5,46$, $\varepsilon_0 = 2,44$ à 20°). — Ce corps n'a pas encore été l'objet d'études dans le domaine de dispersion. Nos données conduisent à $\lambda_M = 2,08$ cm, soit : $\tau = 0,66.10^{-11}$ à 20°. Le chlorobenzène, dont les dimensions et le moment polaire sont analogues à ceux du bromobenzène, possède à peu près le même τ ($0,64.10^{-11}$).

Là encore, le τ théorique (de l'ordre de $3,57.10^{-11}$) est plus grand par suite de l'empêchement de rotation (effet d'ailleurs compliqué par la non-sphéricité évidente des molécules de bromo- ou chlorobenzène).

4. *Alcool éthylique* ($\varepsilon_\infty = 25$, $\varepsilon_0 = 1,85$ à 18°,5). — Le calcul donne $\lambda_M^{\varepsilon'} = 29$ cm et $\lambda_M^{\varepsilon''} = 40$ cm à partir de nos résultats. D'après les mesures de Bäz aux ondes centimétriques, on aurait respectivement : 28,4 cm et 38,7 cm. Une différence analogue entre les λ_M s'observe dans les mesures de Slevogt. Par des mesures de conductibilité en ondes longues, Hackel a trouvé $\lambda_M = 27,9$ cm, Keutner $\lambda_M = 35$ cm à 20°.

La valeur la plus probable d'après la courbe de dispersion tracée en tenant compte de ces différents travaux et du nôtre, est $\lambda_M = 28$ cm à 20°, c'est-à-dire $\tau = 2,10.10^{-11}$.

5. *Alcool propylique normal* ($\varepsilon_\infty = 21,5$, $\varepsilon_0 = 1,9$ à 18°). — Nous trouvons un indice de réfraction intermédiaire entre ceux que l'on peut déduire par interpolation des mesures de Slevogt [6] et d'Abadie [9]. Mais, d'après ceux-ci, χ serait de 0,36 ou de 0,39, valeurs bien supérieures à la nôtre.

A partir de nos chiffres on obtient $\lambda_M = 90$ cm, qui est en accord avec les mesures de Keutner. Cependant, d'après Hackel et le tracé de la courbe de dispersion, λ_M serait seulement de 70 cm. Cette divergence peut être due à la présence dans le premier cas d'alcool butylique qui se sépare difficilement de l'alcool propylique par la simple distillation fractionnée que nous avons faite.

6. *Alcool butylique secondaire* ($\varepsilon_\infty = 15,5$, $\varepsilon_0 = 2$ à 20°). — Il n'a pas été l'objet d'études dans la zone de dispersion, à part une mesure de Drude à $\lambda = 73$ cm [1]. Malheureusement, celui-ci utilisait des ondes amorties et obtenait χ par comparaison avec des solutions électrolytiques, ce qui suffit à expliquer que, d'après ses nombres, l'équation (43) n'a pas de racine réelle et que le $\lambda_M^{\varepsilon'}$ est nettement trop faible.

Nous trouvons personnellement $\lambda_M^{\varepsilon'} = 104$ cm. Comme il fallait s'y attendre, ce nombre est assez voisin de ceux relatifs à l'alcool butylique normal (Keutner : 130 cm, Slevogt : 116 cm, Girard et Abadie [8] : 110 cm, Hackel : 100 cm, Schmelzer [26] : 146 cm) et à l'alcool isobutylique (Girard et Abadie : 120 cm). Ces molécules ont, en effet, des dimensions analogues et des moments polaires voisins.

7. *Alcool amylique* ($\varepsilon_\infty = 15,8$, $\varepsilon_0 = 2$ à 20°). — L'alcool amylique normal a été étudié entre 0,45 m et 6 m par Girard et Abadie, et à 3 m de longueur d'onde par Keutner. Ils indiquent respectivement : $\lambda_M = 140$ cm et 133 cm à 20°. D'après nos mesures, on trouve 137 cm. Le τ moyen est de $18,4.10^{-11}$ sec.

Ces nombres sont assez voisins de ceux relatifs aux alcools butyliques, parallèlement d'ailleurs à l'identité des moments polaires. Il est probable qu'en s'élevant dans la série des alcools aliphatiques, le phénomène de relaxation se limite en grande partie à la rotation du groupe OH seul plutôt qu'à celle de la chaîne carbonée entière [62].

Conclusion. — Les quelques résultats que nous venons de discuter donnent une idée de l'intérêt que peuvent présenter des recherches systématiques sur la dispersion et l'absorption électriques [61].

Mais ils mettent aussi en lumière le peu de concordance des nombreux travaux publiés sur ces questions.

La méthode et l'appareil que nous avons mis au point paraissent devoir conduire à des résultats plus précis et surtout plus sûrs que les méthodes basées sur l'utilisation d'un très petit condensateur branché sur une ligne de Lecher. En effet, aux inconvénients pratiques déjà signalés de l'emploi d'une ligne de Lecher, s'ajoute la critique suivante. La notion de capacité d'un condensateur est bien difficile à conserver aux fréquences supérieures à 100 mégacycles, même en prenant la précaution de réduire au maximum les dimensions des électrodes. De plus, il faut, dans la deuxième méthode de Drude, calculer la capacité « parasite » du condensateur, ce que l'on fait en général par un étalonnage avec un liquide non dispersif. Il n'est pas certain que cette capacité parasite d'un condensateur déjà mal défini reste la même quand on passe d'un diélectrique non absorbant à un diélectrique absorbant.

Résumé et conclusion.

L'objet de ce mémoire est la mise au point d'une méthode de mesure des indices de réfraction (n) et d'absorption (χ) d'un diélectrique pour les fréquences de 100 à 2 000 mégacycles, qui soit susceptible de s'appliquer pour n'importe quelle valeur de n et de χ, et qui ne nécessite qu'un très faible volume du corps étudié (solide ou liquide).

J'ai utilisé, dans ce but, une ligne coaxiale court-circuitée dont l'extrémité est occupée par une tranche du diélectrique de longueur l'. Les grandeurs que l'on mesure sont : le courant d'entrée de la ligne au moment de la résonance et la longueur correspondante de la ligne, ceci en présence du diélectrique, puis en le remplaçant par de l'air.

J'ai pris comme oscillateurs des magnétrons dont les sources d'alimentation ont été stabilisées avec soin. J'ai été amené accessoirement à perfectionner divers systèmes stabilisateurs à lampes et j'ai pu en éliminer tout générateur auxiliaire du type pile ou accumulateur, de façon à utiliser seulement comme source le secteur alternatif ordinaire. Pour les fortes intensités de courant, j'ai utilisé des accumulateurs montés en pont, ce qui élimine les inconvénients de leur résistance interne.

En employant la théorie des lignes de Kirchhoff, j'ai établi une méthode simple de mesure d'une impédance qui s'applique dans tous les cas et qui tient compte des pertes dans le cuivre de la ligne de mesure.

Puis, j'ai appliqué cette méthode en constituant l'impédance par une tranche de diélectrique occupant, à l'extrémité d'une ligne coaxiale court-circuitée, une longueur petite devant la longueur d'onde. J'ai indiqué des constructions graphiques simples permettant de trouver, à partir des grandeurs mesurées, les indices n et χ du diélectrique sur des abaques. La construction de ceux-ci a été réalisée; leur utilisation est possible, quelles que soient la surtension de la ligne et la longueur d'onde. Avec $l' = \frac{\lambda}{20}$, la sensibilité de la méthode est maxima pour les indices compris entre 3 et 7 environ.

J'ai réalisé la ligne de mesure, étudié expérimentalement ses qualités mécaniques et électriques et construit un ondemètre permettant des mesures de longueur d'onde à 0,05 pour 100 près.

Des mesures sur des solides et surtout sur des liquides non dispersifs ont servi au contrôle de la méthode et de l'appareillage. J'ai bien trouvé, à une longueur d'onde de 16,66 cm, les mêmes constantes diélectriques que celles obtenues à 533 m par une méthode classique de doubles battements. En particulier, ceci confirme que le dioxane 1-4 n'a pas de moment polaire permanent appréciable.

Enfin, j'ai fait une série de mesures à une longueur d'onde de 16,66 cm sur des liquides dipolaires : eau, acétone, monobromobenzène, alcool éthylique, alcool propylique normal, alcool butylique secondaire, alcool amylique normal. Les résultats ont été confrontés, quand c'était possible, avec ceux d'autres auteurs et discutés dans le cadre de la théorie de Debye.

Rappelons en concluant les principaux avantages de la méthode dont la mise au point a été l'objectif de ce travail. Les perturbations dues au rayonnement ou aux réflexions ou diffractions parasites sont pratiquement éliminées, les pertes dans les conducteurs ne sont pas négligées et le maximum de sensibilité peut, éventuellement, être placé dans le domaine d'indices que l'on désire. La précision obtenue peut être bien supérieure à celle des méthodes dérivées des dispositifs de Drude, que l'on a utilisées jusqu'ici. Enfin, elle permet des mesures absolues et ne nécessite que de très faibles quantités de diélectrique (liquide ou solide).

Je me propose de l'appliquer à l'étude de la solubilité de divers liquides polaires dans des solvants non polaires.

Ces recherches ont été exécutées au Laboratoire d'Enseignement de Physique de la Sorbonne.

Je tiens, en terminant, à exprimer ma respectueuse reconnaissance à M. le Professeur E. Darmois, qui a bien voulu s'intéresser à ce travail et le guider, ainsi qu'à M. Bedeau, Chef de Travaux, dont les conseils m'ont été précieux pour les techniques radioélectriques.

Manuscrit reçu le 9 mars 1944.

BIBLIOGRAPHIE.

Dans chaque rubrique, les références sont classées dans l'ordre chronologique.

1. *Sur les méthodes de mesure des constantes diélectriques en O. T. C. :*

[1] P. DRUDE, *Ann. der Phys.*, 1895, **55**, p. 633; *Zeits. f. phys. Chem.*, 1897, **23**, p. 267.
[2] Cf. *Bibliographie de* R. FREYMANN, *Les ondes hertziennes et la structure moléculaire*, 1936, Paris; Hermann, édit.
[3] H. W. KNERR, *Phys. Rev.*, 1937, **52**, p. 1054.

[4] F. H. DRAKE, G. PIERCE et M. T. DOW, *Phys. Rev.*, 1930, **35**, p. 612.
[5] BERGMANN, *Versuche mit hochfrequenten ungedämpften Schwingungen*, 1932.
[6] K. E. SLEVOGT, *Ann. der Phys.*, 1939, **36**, p. 141.
[7] W. KUSTERS, *Hochfr. Tech. u. El. Ak.*, 1942, **59**, p. 129.
[8] P. GIRARD et P. ABADIE, *C. R. Acad. Sc.*, Paris, 1943.

[9] P. ABADIE, *Thèse*, 1936 (Paris, Chiron, édit.).
[10] R. KING, *Rev. Sc. Instr.*, 1937, **8**, p. 201.
[11] A. DUNFORD, *Wir. Eng.*, 1938, **15**, p. 662.
[12] E. KEUTNER et G. POTAPENKO, *Phys. Z.*, 1939, **40**, p. 100.
[13] R. ODENWALD, *Ann. der Phys.*, 1939, **35**, p. 690.
[14] HILDING SLATIS, *Ann. der Phys.*, 1939, **36**, p. 397.
[15] P. ABADIE, *Note préliminaire n° 3 du L. N. R.*, 1941.
[16] G. KLAGES, *Phys. Z.*, 1942, **43**, p. 151.
[17] G. GSELL, *Phys. Z.*, 1942, **43**, p. 101.

[18] COLE, *Wied. Ann.*, 1896, **57**, p. 290.
[19] SEEBERGER, *Ann. der Phys.*, 1933, **16**, p. 77.
[20] ESAU et BÄZ, *Phys. Z.*, 1937, **38**, p. 774.
[21] G. BÄZ, *Phys. Z.*, 1939, **40**, p. 394.
[22] W. KEBBEL, *Hochfr. Tech. u. El. Ak.*, 1939, **53**, p. 81.

[23] FEJER et SCHERRER, *Helv. Phys. Acta*, 1941, **14**, p. 141.
[24] F. BORGNIS, *Phys. Z.*, 1942, **43**, p. 284.

[25] J. MALSH, *Phys. Z.*, 1932, **33**, p. 19; *Ann. der Phys.*, 1932, **12**, p. 865 et 1934, **19**, p. 707.
[26] Ch. SCHMELZER, *Phys. Z.*, 1936, **37**, p. 162; *Ann. der Phys.*, 1937, **28**, p. 35.
[27] K. OSWALD, *Hochfr. Tech. u. El. Ak.*, 1937, **49**, p. 40.
[28] W. HOLZMULLER, *Phys. Z.*, 1937, **38**, p. 574.
[29] K. SCHMALE, *Ann. der Phys.*, 1939, **35**, p. 671.
[30] H. SPENGLER, *Phys. Z.*, 1941, **42**, p. 134.

2. *Sur les oscillateurs pour O. T. C. et en particulier les magnétrons :*

[31] GUTTON, *Bull. Soc. franç. Phys.*, 1938, **10**.
[32] H. E. HOLLMANN, *Telegr.-Fernspr.-Funk u. Fernseh. Tech.*, 1942, **31**, 281; 1942, **31**, p. 322 et 1943, **32**, p. 12.

3. *Sur les montages stabilisateurs de tension :*

[33] F. V. HUNT et R. W. HICKMANN, *Rev. scient. Instr.*, 1939, **10**, p. 6.
[34] H. Victor NEHER, *Rev. scient. Instr.*, 1939, **10**, p. 53.
[35] H. J. LINDENHOVIUS, *Rev. Tech. Philips*, 1941, **6**, p. 54.

4. *Sur les tubes stabilovolt :*

[36] *Notices de la Société L. M. T.*
[37] M. E. ACHARD, *Appareillage radioélectrique*, Cours E.S.E., 1938, p. 198.

5. *Sur les lignes et guides électriques :*

[38] J. A. FLEMING, *Propagation des courants électriques*, Trad. Ravut, 1913 (Gauthier-Villars, édit.).
[39] G. LAVILLE, *Ann. de Phys.*, 1924, p. 328.
[40] L. PAGE, *Phys. Rev.*, 1937, **52**, p. 647.
[41] *Les communications à courants porteurs par câbles*, recueil d'articles fondamentaux extraits du *Bell System Technical Journal, Electrical Communications, etc.*, publié par l'International Standard Electric Corporation en 1942.
[41 *bis*] A.-G. CLAVIER, *Conférences sur les ondes centimétriques*, 1943 (Ferréol, édit., Lyon).

6. *Sur les mesures d'impédances en O. T. C. :*

[42] H. KAUFMANN, *Hochfr. Tech. u. El. Ak.*, 1939, **53**, 2, p. 61.
[43] E. DJAKOV, *Hochfr. Tech. u. œl. Ak.*, 1939, **53**, 2, p. 54.
[44] K. S. KNOLL et O. STRUTT, *Physica*, 1942, p. 9577.
[45] L. BRÜCKE, *Telefunken Röhre*, 1942, **24-25**, p. 1.

7. *Tables de fonctions hyperboliques :*

1. D'une variable réelle :

[46] A. E. KENNELY, *Harvard Eng. Journal*, mai 1903 (reproduites dans J. A. FLEMING, *loc. cit.*).

2. D'une variable complexe :

[47] R. HAWELKA, *Vierstellige Tafeln der Kreis und Hyperbelfunktionen sowie ihrer Umkehrfunktionen im Komplexen im Schritten von* $\frac{\pi}{2} \times 0{,}02$ *und* $j \times 0{,}02$ (Elektrotechnischen Verein; Berlin, 1931).

8. *Sur la mesure des longueurs d'onde en O. T. C. :*

[48] NERGAARD, *Proc. Inst. Rad. Eng.*, 1936, p. 1207.
[49] A.-G. CLAVIER, *Bull. S. F. E.*, 1941, **1**, p. 147.
[50] A. WEISSLOCH, *Z. Tech. Phys.*, 1943, **24**, p. 22.

9. *Sur la mesure des différences de potentiel en O. T. C. :*

[51] O. STRUTT, *Hochfr. Tech. u. El. Ak.*, 1939, **53**, p. 187.
[52] P. ABADIE, *Note préliminaire du L. N. R.*, n° **12**.

10. *Bibliographie des Chapitres VI et VII :*

[53] R. RHODE, *Z. Tech. Phys.*, 1935, p. 637 et *Hochfr. Tech. u. El. Ak.*, 1934, p. 156.
[54] M. DENIS, *Memorandum technique L. M. T.*, n° 289.
[55] P. DEBYE, *Polare Molekeln*, Leipzig, 1929.
[56] P. GIRARD et P. ABADIE, *C. R. Acad. Sc.*, Paris, 1932.
[57] E. KEUTNER, *Ann. der Phys.*, 1936, **27**, p. 29.
[58] P. DEBYE et RAMM, *Ann. der Phys.*, 1937, **28**, p. 28.
[59] W. HACKEL, *Phys. Z.*, 1937, **38**, p. 767.
[60] J. BENOIT, *Diplôme d'Et. sup. de Phys.*, Paris, 1937.
[61] J. BENOIT, *Les ondes hertziennes courtes et la structure moléculaire*, Paris, Centre de Documentation chimique, 1942, n° 721.
[62] E. DARMOIS, *L'état liquide de la matière*, Paris (Albin-Michel, 1943).

MESURE DES TRÈS FAIBLES FLUX LUMINEUX A L'AIDE D'UNE CELLULE A MULTIPLICATEUR ÉLECTRONIQUE

Par MM. A. BLANC-LAPIERRE et D. CHARLES.
Laboratoires de Physique de l'École Normale Supérieure
et de la Compagnie Générale de la Télégraphie sans fil.

L'amplification par électrons secondaires fournit un procédé commode pour la mesure des courants photoélectriques de faible valeur. La sensibilité est limitée par les fluctuations de courant d'obscurité qui est dû en grande partie à l'émission thermique; sa valeur, à la température ordinaire, et pour les couches de césium sur argent oxydé, généralement utilisées, fixe le plus petit courant photoélectrique décelable, à une valeur de l'ordre de 10^{-15} ampères. Pour obtenir une plus grande sensibilité on peut songer à réduire l'émission thermique en opérant à basse température. Nous nous proposons d'indiquer les résultats que nous avons obtenus dans cette voie.

1. **Dispositif expérimental.** — Lorsqu'on cherche à refroidir un multiplicateur électronique comportant une dizaine d'étages, il faut respecter l'isolement relatif des multiples sorties métalliques dont il est pourvu, éviter toute condensation de buée sur la fenêtre destinée à l'admission de la lumière, et ne pas soumettre l'ampoule de verre à des chocs thermiques trop brusques.

Nous y sommes parvenus en plaçant le multiplicateur dans une boîte soigneusement calorifugée dans laquelle circule un courant d'air froid et sec obtenu en faisant passer de l'air comprimé desséché dans un serpentin immergé dans de l'air liquide. La lumière pénètre dans l'enceinte froide en traversant longitudinalement un cylindre de verre fermé par deux faces planes et parallèles. Le cylindre est soigneusement vidé d'air, de telle sorte que, par suite de la petitesse des échanges thermiques entre les deux faces planes, l'une d'elles peut se trouver à très basse température, l'autre restant à la température ordinaire. On évite ainsi, absolument toute condensation.

Pour étudier les fluctuations du courant d'obscurité, nous les avons amplifiées au moyen d'un amplificateur accordé correspondant aux caractéristiques suivantes :

Fréquence : 1000 Hz; Bande passante : 30 Hz; Résistance d'entrée : 10^6 ohms; Gain : 10 000; Bruit de fond propre inférieur à 1 μ V (négligeable dans nos expériences).

Les lectures étaient faites sur un voltmètre à diode, approximativement quadratique dans la région d'utilisation et dont la constante de temps était de l'ordre de la seconde. L'ensemble, multiplicateur électronique, amplificateur, voltmètre, constitue un dispositif susceptible d'amplifier de très faibles courants photoélectriques modulés à la fréquence 1 000 [1], [2].

2. **Résultats.** — Nos essais ont porté sur trois multiplicateurs à déflection magnétique. Aucun n'avait été construit spécialement pour ces expériences.

Les champs électrique et magnétique étaient tels que dans les trois cas l'amplification totale était de l'ordre de 100 000 (soit un gain de 3 à 3,5 par étage).

La tension totale fournie au multiplicateur était de l'ordre de 1500 V.

Les appareils étudiés ont présenté des courants d'obscurité extrêmement différents à la température ordinaire (28° C).

Deux avaient un courant de sortie de l'ordre de 600 μ ampères, tandis que le troisième ne donnait que 0,04 μ ampères.

Dans les trois cas, un refroidissement à la température de — 30° C environ a permis de diviser le courant d'obscurité par un facteur au moins égal à 100; naturellement, seul le troisième multiplicateur, dont le courant d'obscurité à la température ordinaire est assez faible, donne des performances intéressantes. Ce sont les valeurs numériques obtenues avec ce dernier, que nous donnons ici.

En l'absence de signal, c'est-à-dire, alors qu'aucun flux lumineux ne tombe sur la couche photo-sensible, le voltmètre de sortie donne la valeur moyenne x, qui provient des composantes du bruit de fond amplifiées par l'amplificateur sélectif. Autour de cette lecture moyenne on observe des fluctuations dont la grandeur moyenne limite la précision de la lecture à une valeur ε; à cette incertitude corres-

pondra la plus petite tension alternative décelable; sa valeur efficace α peut être calculée, compte tenu de ce que le voltmètre est quadratique dans le domaine d'utilisation par la formule

$$\alpha = \sqrt{2x\varepsilon}.$$

Nous donnons sous forme de tableau les valeurs x, ε, α, ainsi que les valeurs efficaces I_x et I_α, des courants d'entrée correspondants.

I représente le courant d'obscurité rapporté à l'entrée du multiplicateur que l'on déduit du courant de sortie correspondant, tant que la température n'est pas trop basse, cas où il devient imperceptible; c'est ce que nous appelons I « mesuré ». On peut aussi calculer I à partir de I_x et de la sélectivité de l'amplificateur, dans l'hypothèse d'un effet de grenaille pur de I; c'est ce que nous appelons I « calculé ».

La température n'est donnée qu'à titre indicatif, sa détermination ne comportant qu'une faible précision.

θ (°C).	x (V).	ε (V).	α (V).	I_x (A).	I_α (A).	I mesuré (A).	I calculé (A).
+28.....	2	0,3	1,1	20.10^{-16}	11.10^{-16}	330.10^{-15}	412.10^{-15}
—23.....	0,12	0,02	0,07	$1,2.10^{-16}$	$0,7.10^{-16}$	$<8.10^{-15}$	$1,5.10^{-15}$

L'examen des résultats expérimentaux montre que le fait d'avoir refroidi le multiplicateur de + 28° C à — 23° C a permis de faire passer la valeur efficace du plus petit courant photoélectrique alternatif décelable de 11.10^{-16} A à $0,7.10^{-16}$ A. A ces valeurs correspondraient en l'absence du disque modulateur nécessaire pour créer une composante de fréquence 1000, des courants photoélectriques constants, d'intensités respectivement égales à 24.10^{-16} A et $1,5.10^{-16}$ A. Le refroidissement a donc permis de multiplier la sensibilité du montage par un facteur nettement supérieur à 10.

Nous avons vérifié que l'on aboutissait à la même conclusion si l'on substituait à l'anplificateur accordé un ensemble multiplicateur-galvanomètre.

Si le calcul du plus petit courant décelable dans un tel montage, fait en ne faisant intervenir que l'effet de grenaille pur du courant d'obscurité, accorde une meilleure sensibilité au montage à galvanomètre, l'expérience nous a montré que les deux dispositifs avaient pratiquement des sensibilités équivalentes.

En conséquence, pour l'utilisateur, si l'application en vue permet la modulation de la lumière, il y aura intérêt à choisir le dispositif accordé, d'emploi pratiquement plus commode.

Les appareils étant destinés à mesurer de très faibles flux lumineux, il nous a paru utile de chercher à déterminer directement, fut-ce de façon grossière, la valeur du plus petit flux décelé.

Une mesure sommaire a montré qu'un flux incident de 4.10^{-8} lumens environ (ce qui correspond à une composante sinusoïdale dont la valeur efficace est de $1,8.10^{-8}$ lumens) donnait une déviation de 30 V sur le voltmètre amplificateur. Par comparaison avec les résultats indiqués dans le tableau, on déduit immédiatement que, aux températures de + 28° C et — 23° C, les plus petits flux décelés sont respectivement 14.10^{-10} et $0,9.10^{-10}$ lumens.

Nos résultats, basés sur l'étude des fluctuations du courant d'obscurité, confirment ceux que Rajchmann a déduits de la mesure directe des courants de sortie d'un multiplicateur refroidi par immersion dans un bain d'éthyl-benzène [3]. Cet auteur a étudié des multiplicateurs purement électrostatiques (sans champ magnétique déflecteur) spécialement construits pour minimiser les causes du courant d'obscurité autres que l'émission thermique (fuites ohmiques, ionisation du gaz résiduel, émission froide).

Le multiplicateur à déflection magnétique utilisé, donne des résultats équivalents au point de vue de la sensibilité limite.

3. **Conclusions**. — Le fait que le tube que nous avons étudié n'avait pas de forme spéciale, semble montrer que les résultats que nous donnons sont ceux qu'un utilisateur est en droit d'attendre d'un bon multiplicateur électronique construit actuellement.

Il est évidemment essentiel de choisir un appareil dont le courant d'obscurité est faible à la température ordinaire, si l'on veut obtenir les plus grandes sensibilités.

Manuscrit reçu le 1er septenbre 1944.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] A. Blanc-Lapierre et G. Goudet, *C. R.*, **216**, p. 295-297.
[2] A. Blanc-Lapierre. *Thèse de doctorat*. Faculté des Sciences de Paris, 1944, p. 49.
[3] Rajchmann, *Le courant résiduel dans les multiplicateurs d'électrons électrostatiques*, Thèse. Genève, 1938.